This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.
+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.
+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.
+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

A propos de ce livre

Ceci est une copie numérique d'un ouvrage conservé depuis des générations dans les rayonnages d'une bibliothèque avant d'être numérisé avec précaution par Google dans le cadre d'un projet visant à permettre aux internautes de découvrir l'ensemble du patrimoine littéraire mondial en ligne.

Ce livre étant relativement ancien, il n'est plus protégé par la loi sur les droits d'auteur et appartient à présent au domaine public. L'expression "appartenir au domaine public" signifie que le livre en question n'a jamais été soumis aux droits d'auteur ou que ses droits légaux sont arrivés à expiration. Les conditions requises pour qu'un livre tombe dans le domaine public peuvent varier d'un pays à l'autre. Les livres libres de droit sont autant de liens avec le passé. Ils sont les témoins de la richesse de notre histoire, de notre patrimoine culturel et de la connaissance humaine et sont trop souvent difficilement accessibles au public.

Les notes de bas de page et autres annotations en marge du texte présentes dans le volume original sont reprises dans ce fichier, comme un souvenir du long chemin parcouru par l'ouvrage depuis la maison d'édition en passant par la bibliothèque pour finalement se retrouver entre vos mains.

Consignes d'utilisation

Google est fier de travailler en partenariat avec des bibliothèques à la numérisation des ouvrages appartenant au domaine public et de les rendre ainsi accessibles à tous. Ces livres sont en effet la propriété de tous et de toutes et nous sommes tout simplement les gardiens de ce patrimoine. Il s'agit toutefois d'un projet coûteux. Par conséquent et en vue de poursuivre la diffusion de ces ressources inépuisables, nous avons pris les dispositions nécessaires afin de prévenir les éventuels abus auxquels pourraient se livrer des sites marchands tiers, notamment en instaurant des contraintes techniques relatives aux requêtes automatisées.

Nous vous demandons également de:

+ *Ne pas utiliser les fichiers à des fins commerciales* Nous avons conçu le programme Google Recherche de Livres à l'usage des particuliers. Nous vous demandons donc d'utiliser uniquement ces fichiers à des fins personnelles. Ils ne sauraient en effet être employés dans un quelconque but commercial.

+ *Ne pas procéder à des requêtes automatisées* N'envoyez aucune requête automatisée quelle qu'elle soit au système Google. Si vous effectuez des recherches concernant les logiciels de traduction, la reconnaissance optique de caractères ou tout autre domaine nécessitant de disposer d'importantes quantités de texte, n'hésitez pas à nous contacter. Nous encourageons pour la réalisation de ce type de travaux l'utilisation des ouvrages et documents appartenant au domaine public et serions heureux de vous être utile.

+ *Ne pas supprimer l'attribution* Le filigrane Google contenu dans chaque fichier est indispensable pour informer les internautes de notre projet et leur permettre d'accéder à davantage de documents par l'intermédiaire du Programme Google Recherche de Livres. Ne le supprimez en aucun cas.

+ *Rester dans la légalité* Quelle que soit l'utilisation que vous comptez faire des fichiers, n'oubliez pas qu'il est de votre responsabilité de veiller à respecter la loi. Si un ouvrage appartient au domaine public américain, n'en déduisez pas pour autant qu'il en va de même dans les autres pays. La durée légale des droits d'auteur d'un livre varie d'un pays à l'autre. Nous ne sommes donc pas en mesure de répertorier les ouvrages dont l'utilisation est autorisée et ceux dont elle ne l'est pas. Ne croyez pas que le simple fait d'afficher un livre sur Google Recherche de Livres signifie que celui-ci peut être utilisé de quelque façon que ce soit dans le monde entier. La condamnation à laquelle vous vous exposeriez en cas de violation des droits d'auteur peut être sévère.

À propos du service Google Recherche de Livres

En favorisant la recherche et l'accès à un nombre croissant de livres disponibles dans de nombreuses langues, dont le français, Google souhaite contribuer à promouvoir la diversité culturelle grâce à Google Recherche de Livres. En effet, le Programme Google Recherche de Livres permet aux internautes de découvrir le patrimoine littéraire mondial, tout en aidant les auteurs et les éditeurs à élargir leur public. Vous pouvez effectuer des recherches en ligne dans le texte intégral de cet ouvrage à l'adresse `http://books.google.com`

Digitized by Google

GODFREY LOWELL CABOT SCIENCE LIBRARY
of the Harvard College Library

This book is
FRAGILE
and circulates only with permission.
Please handle with care
and consult a staff member
before photocopying.

Thanks for your help in preserving
Harvard's library collections.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

PARIS. — IMPRIMERIE DE J. C AYE
RUE SAINT-BENOIT, 7

Digitized by Google

ÉTUDE

DES

LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES

AU POINT DE VUE

DES APPLICATIONS ÉLECTRIQUES

Théodore
PAR LE Vte DU MONCEL
CHEVALIER DE LA LÉGION D'HONNEUR

PARIS

L. HACHETTE ET Cie
14, RUE PIERRE-SARRAZIN

MALLET-BACHELIER
QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 57

1860

Digitized by Google

Eng 4878.60

1861, Nov. 22.
$1.00
Gray Fund.

Digitized by Google

PRÉFACE

Le travail qui fait l'objet de ce volume devait, dans l'origine, faire partie de la *Revue* que je publie tous les ans sur les applications de l'électricité, et faire suite à mon *Exposé des applications de l'électricité;* mais ayant été conduit à faire moi-même de nombreuses recherches et à traiter la question à un point de vue plus mathématique que je ne l'avais voulu tout d'abord, j'ai pensé que je m'adressais par cela même à un public particulier de lecteurs, et que je devais faire de ce travail un volume détaché, comme je l'avais du reste déjà fait pour mon étude du magnétisme et de l'électromagnétisme au point de vue des applications électriques.

Ce travail se compose de trois parties bien distinctes :

Digitized by Google

l'une se rapportant aux lois des courants électriques, la seconde à l'application pratique de ces lois, la troisième aux recherches expérimentales qui ont été faites relativement à cette branche si importante de la science électrique.

Dans la première partie, j'expose en quelques lignes les idées théoriques d'Ohm sur la propagation de l'électricité, et je montre comment il est arrivé aux formules fondamentales qui non-seulement expliquent tous les effets que présente la propagation de l'électricité, mais permettent de les calculer par avance; je donne toutes les formules qui se rapportent aux circuits simples et aux courants dérivés; puis je discute la manière de déterminer en fonction les unes des autres les différentes valeurs qui figurent dans ces formules. Enfin, je démontre les différentes conditions de maxima pour les courants électriques, et je termine par les déductions pratiques qu'on peut tirer des formules d'Ohm en y joignant l'indication des moyens que l'on doit employer pour comparer ensemble les différents générateurs d'électricité. Pour qu'on puisse savoir facilement la manière dont ces différentes formules ont été obtenues, j'ai indiqué leurs différentes transformations.

J'ai particulièrement insisté, dans cette première

Digitized by Google

partie, sur la détermination des valeurs numériques des constantes des piles voltaïques, car c'est une des questions les plus importantes pour les applications électriques. J'ai montré la nécessité de l'unité métrique en fil télégraphique pour l'estimation de ces valeurs; les moyens qu'on peut employer pour transformer différentes déterminations de ces valeurs en fonction les unes des autres et de cette unité; enfin, les différentes causes qui peuvent influer physiquement sur la valeur de ces constantes. A cette occasion, j'ai rapporté les belles expériences de M. Jacobi sur l'effet des résistances additionnelles du circuit, eu égard à la détermination de ces constantes, expériences qui sont généralement inconnues en France.

Dans la seconde partie, j'indique comment on peut calculer le nombre d'éléments d'une pile pour obtenir, suivant sa disposition, sur un circuit donné, une intensité donnée, et comment une pile doit être disposée pour résoudre ce problème dans les conditions les plus économiques, avec ou sans organe magnétique interposé dans le circuit. Je montre ensuite comment on peut estimer la résistance du circuit extérieur quand on connaît l'intensité du courant et les constantes voltaïques, ce qui permet de reconnaître les points de

Digitized by Google

rupture des fils télégraphiques et les points où les fils se touchent quand il y a mélange; enfin, je termine par le calcul des intensités électriques sur les lignes télégraphiques soumises, comme on le sait, à de très-nombreuses dérivations. Je déduis de ce calcul la force de la pile nécessaire pour obtenir une intensité donnée, ainsi que les limites maxima des dérivations, pour que cette intensité puisse être obtenue. Toutes les formules que j'emploie sont très-simples et peuvent être comprises par tous ceux qui ont la moindre notion d'algèbre, et c'est en cela surtout que mon travail diffère de ceux qui ont été faits avant moi sur cette question.

Dans la troisième partie, j'expose les recherches expérimentales de MM. Pouillet, Becquerel, Despretz, Delarive et autres sur les lois des courants électriques. Je rapporte les expériences de M. Gaugain, faites dans le but de montrer que ces lois peuvent être appliquées aux transmissions lentes de l'électricité par les corps médiocrement conducteurs; puis j'expose les recherches qui ont été faites sur les lois de la transmission électrique dans la période variable des tensions par MM. Gaugain et Guillemin, et je démontre que le désaccord qui existe entre quelques-unes de leurs conclusions ne provient que de la différence d'isolement

Digitized by Google

des deux circuits sur lesquels ils ont opéré chacun en particulier.

Comme appendices à cet ouvrage, j'ai indiqué les perfectionnements apportés aux rhéomètres qui n'avaient pas été mentionnés dans mes précédents volumes, et une liste de la plupart des ouvrages faits sur les lois des courants électriques, en tête desquels je citerai celui d'Ohm, dont M. Gaugain vient de faire une traduction excellente.

Les recherches originales qui me sont propres dans ce travail sont : 1° les conséquences que peut avoir sur l'intensité des piles de Daniell l'état des vases poreux [1]; 2° les formules et les déductions mathématiques se rapportant au groupement des piles en séries [2]; 3° les déductions pratiques des formules d'Ohm [3]; 4° les applications des formules d'Ohm dans certaines conditions qui se présentent fréquemment dans la pratique [4]; 5° la note sur la force directrice des aimants, etc. [5]; 6° les moyens de convertir les con-

1. Voir pages 44 et suivantes jusqu'à 50.
2. Voir pages 63 et suivantes jusqu'à 71.
3. Voir pages 71 et suivantes jusqu'à 78.
4. Voir pages 101 et suivantes jusqu'à 111, puis de la page 113 à la page 122.
5. Voir pages 158 et suivantes jusqu'à la page 161.

Digitized by Google

stantes voltaïques en fonction les unes des autres, en partant de l'une d'elles, déterminée d'une manière quelconque[1].

Ce travail, comme on le voit, est moitié scientifique, moitié d'application, et comme tel, il pourra contribuer à fixer les idées des praticiens qui, jusqu'à présent, n'ont presque jamais fait usage des formules mathématiques, bien qu'elles leur eussent pourtant évité beaucoup de peines et beaucoup de dépenses. J'espère qu'à ce titre modeste les maîtres de la science me sauront gré de m'être introduit dans les hautes régions de la science où ils ont l'habitude de planer.

TH. DU MONCEL.

1. Voir pages 82 et suivantes jusqu'à 85.

Digitized by Google

ÉTUDE

DES

LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES

AU POINT DE VUE DES APPLICATIONS ÉLECTRIQUES

Les recherches sur les transmissions électriques ont été tellement nombreuses depuis deux ans, et les renseignements qui me sont parvenus sur les travaux faits en Allemagne et en Russie sur cette question m'ont paru si intéressants que, pour les relier, j'ai cru devoir revenir sur toute la théorie d'Ohm, que je n'avais fait qu'effleurer dans le premier volume de mon *Exposé des applications de l'électricité*. Cette question est d'ailleurs d'une telle importance dans les applications électriques, qu'on ne saurait trop y revenir.

Nous commencerons d'abord par la théorie de la pile. Jusqu'à présent, nous ne l'avons envisagée que comme on la professe généralement en France, c'est-à-dire comme dérivant de cette hypothèse, que toute réaction chimique est forcément accompagnée d'un dégagement électrique; mais si l'on considère que dans une pile de Smée l'action chimique n'est réellement très-manifeste que quand le

Digitized by Google

circuit est complétement fermé*, on arrive à conclure que *la cause initiale* du dégagement électrique pourrait bien ne pas être l'action chimique elle-même. C'est du moins l'opinion d'un grand nombre de savants allemands, et, suivant eux, cette cause initiale devrait être attribuée dans une pile, au *contact physique* des deux corps appelés à exercer une action chimique l'un sur l'autre. De ce contact résulterait une destruction de l'équilibre électrique de ces corps, et par cela même une manifestation électrique dans laquelle l'un des corps s'électriserait positivement, l'autre négativement. Tant que le circuit ne serait pas fermé, cet état de polarisation des éléments de la pile se maintiendrait; mais aussitôt la fermeture de ce circuit effectuée, l'affinité des deux corps l'un pour l'autre se trouverait développée, et l'action chimique se produisant, provoquerait un dégagement électrique d'autant plus énergique qu'elle serait elle-même plus vive. Cette théorie, comme on le voit, est une combinaison de la théorie électro-chimique et de la théorie de Volta. Mais Ohm ne semble s'être attaché qu'à cette dernière.

Quoi qu'il en soit de la cause initiale du développement électrique dans les piles, les bases sur lesquelles sont fondées les lois mathématiques des courants voltaïques n'en sont pas moins vraies, et il ne s'agit maintenant que de bien s'entendre sur les expressions employées pour la désignation des différentes actions mises en jeu dans les manifestations électriques. Ces expressions sont loin de présenter la même interprétation pour les différents physiciens, et il en résulte une confusion déplorable qui a, jusqu'à présent, contribué à embrouiller considérablement la question.

* M. Gaugain a même démontré que le zinc parfaitement pur n'était jamais attaqué par l'eau acidulée dans une pareille pile avec un circuit ouvert.

Digitized by Google

M. Gaugain, qui s'occupe depuis longtemps des lois de la propagation des courants, et qui vient de publier une excellente traduction de la théorie d'Ohm, définit de la manière suivante ce qu'on doit appeller la *force électro-motrice :*

« Dans le sens étymologique du mot, dit M. Gaugain, la *force électro-motrice* est une force qui produit de l'électricité. On peut discuter sur la nature de cette force, sur les causes qui la produisent, peut-être même sur le lieu précis où elle se développe, mais son existence ne peut être contestée. Si nous ne savons pas exactement en quoi consiste le phénomène auquel on a donné le nom de *courant*, il est du moins impossible de douter que ce ne soit un phénomène de mouvement, et puisque tout mouvement est l'effet d'une force, il est parfaitement certain que dans tout circuit parcouru par un courant, il y a une force mise en jeu; c'est cette force que l'on a désignée par le nom très-convenable de *force électro-motrice.* On peut donc dire d'abord que *la force électro-motrice* est la *force* (inconnue) *qui produit le phénomène du mouvement appelé courant.* »

La *tension* d'un courant que Ohm appelle le plus souvent *force électroscopique, manifestation électroscopique, pouvoir, énergie, état électrique* est, suivant M. Gaugain, la propriété du fluide électrique en vertu de laquelle celui-ci tend à réagir extérieurement et à produire les effets propres à l'électricité statique. Suivant M. Becquerel, cette tension serait constituée par la petite quantité d'électricité maintenue libre quand les pôles de la pile ne sont pas réunis, et qui échappe à la recomposition pendant le temps que s'effectue le dégagement électrique.

Enfin, l'*intensité électrique* représente la grandeur de l'effet produit par la force électro-motrice, c'est-à-dire la force du courant; elle est par conséquent toujours en

Digitized by Google

rapport avec la quantité d'électricité qui circule dans le conducteur, et elle doit dépendre à la fois de la valeur de la force électro-motrice et de la résistance qui est opposée par le conducteur au mouvement des fluides.

Dans le mémoire d'Ohm, le mot allemand qu'il emploie pour désigner la *force électro-motrice* veut dire proprement *tension*. Mais, d'après la définition de l'auteur, ce mot représente *la différence des forces électroscopiques que possèdent de l'un et de l'autre côté de leur surface de contact deux corps qui se touchent;* et comme il résulte de la théorie et de l'observation que cette différence des forces électroscopiques est proportionnelle à l'intensité du courant, qui en serait la conséquence si la longueur du circuit était égale à l'unité, on peut conclure que le même coefficient peut représenter à la fois ces deux quantités : enfin, puisque ces quantités servent de mesure à la force qui produit le courant, on peut très-convenablement assigner au coefficient qui les représente le nom de *force électro-motrice.*

Théorie d'Ohm. — Les bases sur lesquelles Ohm a fondé sa théorie sont les mêmes que celles qui ont servi à Poisson et à Fourrier pour établir les lois mathématiques de la propagation de la chaleur.

« Pour établir ma première loi fondamentale, dit-il, je suis parti de la supposition qu'une molécule électrisée ne peut communiquer d'électricité qu'aux molécules contiguës : de telle sorte, qu'il n'y a jamais d'échange immédiat entre des molécules situées à une plus grande distance. J'ai admis que la grandeur du flux entre deux molécules contiguës est proportionnelle, toutes choses égales d'ailleurs, à la différence des tensions que possèdent les deux molécules, de la même manière que dans la théorie de la chaleur on considère le flux de chaleur entre deux molécules comme proportionnel à la différence de leurs tempéra-

Digitized by Google

tures ; enfin, j'ai posé en principe que, du contact intime de deux corps différents, résulte un développement électrique dans lequel la différence entre les tensions électriques de ces deux corps (ou la force électro-motrice) *est constante*... Au moyen de ces trois principes fondamentaux, on peut établir les conditions auxquelles se trouve soumise la propagation de l'électricité dans les corps de nature et de forme quelconque. Les équations différentielles que l'on obtient sont de la même forme que celles qui ont été établies par Fourrier et Poisson, pour la propagation de la chaleur ; de telle sorte que, quand il n'existerait pas d'autres raisons pour rapprocher ces deux classes de phénomènes naturels, on serait encore en droit de conclure qu'il existe entre eux un lien intime. »

Pour établir nettement le principe de sa théorie, Ohm représente graphiquement l'état des tensions d'un circuit voltaïque aux différents points du conducteur. En conséquence, il représente ce circuit par un anneau métallique qu'il coupe en deux, suivant la section où s'est trouvée développée la force électro-motrice, et qu'il développe de manière à former une ligne droite. Il en résulte, d'après son principe, que les deux extrémités de l'anneau auront, au moment de la manifestation électrique, une tension différente qui pourra être représentée par deux droites perpendiculaires à l'anneau développé, et dont la différence de longueur représentera la force électro-motrice.

Ces deux droites, qui peuvent être situées, soit d'un même côté de la droite représentant l'anneau développé, si les tensions sont de même nature, soit au-dessus et au-dessous de la même droite, si ces tensions sont de signes contraires, pourraient, étant jointes par une ligne, indiquer l'état des tensions aux différents points du circuit ; mais, dans l'état où se présente l'expérience, la différence

Digitized by Google

de ces droites (la force électro-motrice), peut être seule connue, de sorte que la position de cette ligne de jonction ne peut être déterminée qu'autant qu'on connaît la tension d'un des points de l'anneau. Si ce point ne présente pas de traces de manifestation électrique, parce qu'il perdra d'un côté autant d'électricité qu'il en gagnera de l'autre, il représentera alors l'intersection avec l'anneau développé de la ligne de jonction des deux droites mesurant les tensions extrêmes.

Cela étant posé, il est facile de comprendre que si l'anneau métallique développé, au lieu d'être homogène dans toutes ses parties et symétrique dans sa forme, est composé de parties de différentes natures et de forme différente, le flux électrique qui passera d'une partie à l'autre ne se propagera plus de la même manière; car, aux surfaces de jonction, il y aura forcément une différence de tensions qui fera remonter ou descendre brusquement la ligne de jonction des deux tensions extrêmes, suivant que le flux sera transmis d'une partie plus résistante à une partie moins résistante, ou d'une partie moins résistante à une partie plus résistante. Ce saut brusque constituera une nouvelle force électro-motrice qui sera d'autant plus grande, que la différence des résistances à la propagation du flux sera elle-même plus grande, et qui devra s'ajouter ou se retrancher de la force électro-motrice primitive. Or, cette résistance plus ou moins grande dépendra évidemment de la grandeur et de la conductibilité relative des deux parties hétérogènes.

Supposons, en effet, que ces deux parties, étant de même conductibilité et de même longueur, soient d'une section différente, c'est-à-dire que la section de la partie b soit m fois plus petite que celle de la partie a, l'état électrique étant indépendant du temps, il faut que dans toute l'étendue de l'anneau chaque partie reçoive d'une part

Digitized by Google

autant d'électricité qu'elle en abandonne de l'autre, ce qui ne peut évidemment exister qu'à la condition que le flux d'une molécule à l'autre soit, à un instant donné, *m* fois plus grand dans la partie *b* que dans la partie *a*, parce que c'est seulement de cette manière que l'équilibre peut être maintenu dans les deux parties. Mais, pour obtenir entre deux molécules un flux d'électricité *m* fois plus grand, la différence des tensions d'une molécule à l'autre doit être dans la partie *b*, *m* fois plus grande que dans la partie *a*, c'est-à-dire qu'il faut que l'inclinaison de la ligne de jonction des deux tensions extrêmes dans la partie *b* soit *m* fois plus rapide que dans la partie *a*; ce qui revient à dire *que, dans un circuit composé de deux conducteurs de même longueur et de même conductibilité, l'inclinaison des lignes représentant la distribution des tensions dans ces deux conducteurs, seront inversement proportionnelles aux aires de ces derniers.*

Admettons maintenant que l'anneau, au lieu d'être composé de parties de section différente, soit formé de deux parties différentes de même longueur et de même section, mais de nature différente. Il est clair qu'une différence dans l'inclinaison des lignes de distribution des tensions, indiquera une différence dans la conductibilité de ces deux parties, et l'une de ces quantités pourra servir à déterminer l'autre. Or, en raisonnant comme précédemment, on arrive à démontrer *que, dans un anneau composé de deux parties a et b, qui ont la même section et qui sont formées de substances différentes, les inclinaisons des lignes de distribution des tensions sont en raison inverse des pouvoirs conducteurs de ces deux parties.* En mesurant une fois pour toutes les pouvoirs conducteurs des diverses substances, on pourra donc déterminer les inclinaisons des lignes précédentes dans tous les cas qui se présenteront.

« Nous pouvons maintenant, dit Ohm, nous élever au

Digitized by Google

cas général où les deux parties prismatiques de l'anneau ne présentent pas la même section et la même conductibilité. Dans ce cas, les inclinaisons des lignes de distribution des tensions correspondantes aux deux parties de l'anneau, doivent être en raison inverse du produit de la section par la conductibilité. »

Ce que nous avons dit pour un anneau composé de deux parties hétérogènes de même longueur, peut être appliqué à un anneau composé de plusieurs parties hétérogènes de différentes longueurs; mais, si l'on construit graphiquement la figure, et qu'on détermine les rapports géométriques réciproques des lignes exprimant les forces électro-motrices, on arrive à cette conclusion : *que si l'on divise les sommes de toutes les forces électro-motrices d'un anneau composé d'un nombre quelconque de parties différentes en un nombre égal de parties qui soient directement proportionnelles aux longueurs des diverses parties de l'anneau, et inversement proportionnelles aux produits de leur conductibilité respective par leurs sections, ces parties proportionnelles donneront les hauteurs totales de pente qu'il faudra attribuer aux droites qui représentent, pour chacune des divisions de l'anneau, la distribution de l'électricité; ces lignes iront toutes en s'élevant ou en s'abaissant, suivant que la somme de toutes les forces électro-motrices sera positive ou négative**. De plus,

* Voici comment Ohm démontre cette déduction :

Supposons que la figure ABCD fig. 1 représente un anneau composé de trois parties hétérogènes, ouvert à l'un de ses points de contact et développé en ligne droite; la position des lignes FG, HI, KL, indiquera la distribution de l'électricité dans chacune des parties de l'anneau; et les lignes AF, BG, BH, CI, CK et DL, menées par les points A, B, C et D perpendiculairement à AD, permettront de déterminer les forces électro-motrices appartenant à chacun des points de contact, ces forces électro-motrices ayant pour mesure les grandeurs GH, KI et LM ou DL — AF. La grandeur connue de ces forces électro-motrices et la nature également connue de chacune des parties AB, BC et CD permettent de déterminer

Digitized by Google

ces différentes parties proportionnelles, que l'on pourra représenter par $\frac{dl}{sc}$, $\frac{dl'}{s'c'}$, $\frac{dl''}{s''c''}$ (l, l', l'' désignant les longueurs des diverses parties de l'anneau, sc, $s'c'$, $s''c''$, le produit de la conductibilité de celles-ci par leur section), pourront être prises pour les longueurs l, l', l'' elles-mêmes, de sorte que leur somme, c'est-à-dire $\frac{l}{sc} + \frac{l'}{s'c'} + \frac{l''}{s''c''}$, etc., représentera par le fait le circuit lui-même transformé en un circuit homogène. Or, c'est un pareil circuit que Ohm désigne sous le nom de *circuit réduit*, et les termes $\frac{l}{sc}$, $\frac{l'}{s'c'}$, etc., constituent alors ce

complétement la figure qui représente la distribution de l'électricité.

En effet, si par les points F, H et K nous menons parallèlement à AD des droites qui coupent aux points F', H', K' les lignes menées perpendiculairement à AD par les points B, C et D, les lignes GF', H' et LK seront

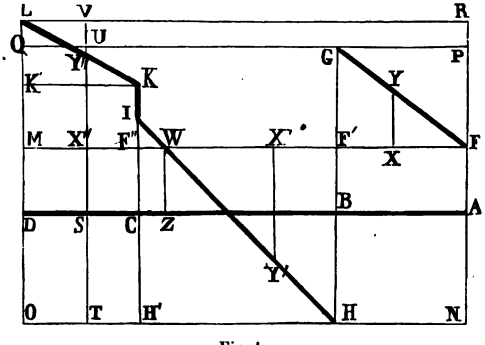

Fig 1.

directement proportionnelles aux longueurs des parties AB, BC et CD, et inversement proportionnelles aux produits obtenus en multipliant la conductibilité de chacune de ces parties par sa section. En effet, les lignes FG, HI, KL ayant été tracées de manière que leur inclinaison soit d'autant plus grande que les parties AB, BC, CD, auxquelles elles cor-

Digitized by Google

qu'il appelle les *longueurs réduites des différentes parties du circuit.*

En partant de ces données géométriques, Ohm établit, par les simples rapports des lignes entre elles, les formules exprimant la tension électrique d'un point quelconque d'un circuit, et l'intensité du courant conduit par ce circuit. (*Voir le mémoire d'Ohm, traduction de M. Gaugain.*)

Voici quelles sont ces formules :

1° pour la détermination de la tension u d'un point du circuit, on a

$$u = \frac{A}{L} y - O + c.$$

A représentant la somme des forces électro-motrices, L la longueur réduite du circuit, y les abscisses réduites,

respondent, sont d'une plus petite section et d'une moindre conductibilité, les lignes GF′, IH′, LK′, qui sont interceptées par elles, sont forcément d'autant moins longues que les sections et les conductibilités des parties AB, BC, CD sont plus grandes; mais en revanche d'autant plus longues que ces parties elles-mêmes sont plus grandes, car on comprend aisément que si les lignes FG, HI, KL, au lieu de partir des points F, H et K, points qui correspondent aux surfaces de jonction des parties AB, BC, CD, partaient des points X, X′, X″, elles détermineraient sur les lignes GF′, IH′, KL′ des longueurs qui seraient à ces lignes comme XF′ : FF′, etc.

Il résulte de là que les rapports des lignes GF′, IH′, LK′ sont données, et comme l'on connaît aussi GF′ + IH′ + LK′ (qui est égal à GH — KI + (DL — AF), ou à GH — KI + LM), puisque les forces électro-motrices représentées par GH, KI et DL — AF sont données, il est possible de déterminer la figure FGHIKL. Reste à en indiquer la position par rapport à l'anneau AD; mais cela est facile si l'on examine l'état des tensions aux points A, B, C et D. En effet, à mesure que l'on s'avance de A vers D, les forces électro-motrices, représentées par GH et (DL — AF), indiquent un affaiblissement soudain de la tension aux points de contact correspondants, tandis que la force électro-motrice représentée par IK indique, au contraire, un accroissement brusque de tension. Or, si l'on considère les forces électro-motrices de la première espèce comme des quantités positives, et celles de la seconde comme des quantités négatives, on arrive à la déduction que nous avons donnée.

Digitized by Google

O la somme de tous les changements brusques de tension qui se produisent dans l'étendue de l'abscisse correspondant à l'ordonnée que l'on considère, *c* une constante arbitraire.

Cette formule peut se traduire ainsi : Pour déterminer la tension correspondant à un point quelconque d'un circuit galvanique hétérogène, il faut : 1° chercher une quatrième proportionnelle à la longueur réduite du circuit entier, à la longueur réduite de la partie qui représente l'abscisse et à la somme de toutes les forces électro-motrices; 2° retrancher de cette quatrième proportionnelle la somme de toutes les forces électro-motrices mises en jeu dans l'étendue de l'abscisse considérée, et 3° ajouter ou retrancher une constante arbitraire dont la valeur est la même pour toutes les parties du circuit.

2° Pour la détermination de l'intensité S du courant, on a

$$S = \frac{A}{L}$$

« *Ce qui fait voir, dit Ohm, que l'intensité du courant est la* « *même dans toutes les parties d'un même circuit; elle veut* « *dire en langage ordinaire que l'intensité du courant déve-* « *loppé dans un circuit galvanique est directement proportion-* « *nelle à la somme de toutes les forces électro-motrices et inver-* « *sement proportionnelle à la longueur réduite du circuit en-* « *tier.* Mais il faut se rappeler que le mot *longueur réduite* « exprime ici la somme de tous les quotients obtenus en « divisant les longueurs réelles des diverses parties homo- « gènes du circuit, par les produits de leur conductibilité « et de leurs sections respectives. »

Les expériences faites, en 1826, par Ohm, lui avaient démontré l'exactitude des deux formules que nous venons de poser, et toutes les expériences qui ont été faites ultérieurement

Digitized by Google

rieurement n'ont fait que les confirmer encore, du moins au point de vue de la pratique.

Nous ne suivrons pas davantage, pour le moment, Ohm dans sa théorie, mais nous allons voir comment ces premiers principes, appliqués aux piles, peuvent expliquer tous les phénomènes que présentent ces sortes de générateurs de l'électricité. Nous appuierons seulement, dès maintenant, sur ce fait, qui résulte de la théorie précédente : que l'intensité d'un courant étant affaibli par son passage à travers un circuit, celui-ci constitue pour lui une résistance (que nous appellerons R ou r), qui est d'autant moindre que sa conductibilité et sa section sont plus grandes, et qui est d'autant plus grande qu'il est lui-même plus long. C'est, en effet, ce qui résulte de la définition même du circuit réduit donnée par Ohm, puisque en appelant r, r' deux circuits réduits, on a, avec des sections et des conductibilités égales $s\,c$

$$r = \frac{l}{sc}, \qquad \text{et} \qquad r' = \frac{l'}{sc};$$

d'où

$$\frac{r}{r'} = \frac{lsc}{l'sc} = \frac{l}{l'};$$

et avec des longueurs égales, les sections et les conductibilités étant différentes,

$$r = \frac{l}{sc}, \qquad \text{et} \qquad r' = \frac{l}{s'c'};$$

d'où

$$\frac{r}{r'} = \frac{ls'c'}{lsc} = \frac{s'c'}{sc}.$$

Ces différentes déductions ont été faites dans l'hypothèse d'une distribution électrique *régulière et permanente* dans le circuit, c'est-à-dire dans l'hypothèse que tous les points de ce circuit ont acquis toute la tension

Digitized by Google

qu'ils sont susceptibles d'acquérir. Or, d'après la théorie même qui a servi de point de départ à Ohm, un circuit que traverse un courant ne peut pas acquérir instantanément cet état d'équilibre électrique : car, de même que la chaleur met un certain temps à se transmettre d'un bout d'un corps conducteur à l'autre, et à constituer dans ce corps un état calorifique permanent, c'est-à-dire tel que ce corps perde d'un côté autant qu'il gagne de l'autre; de même l'électricité pour arriver à un pareil état doit mettre un certain temps, temps sans doute très-minime en raison de la subtilité de ce fluide, mais qui doit être cependant appréciable sur des circuits de grande longueur. Nous verrons plus tard la vérité de cette déduction, et comment les effets produits pendant cette période variable ont induit en erreur sur ce qu'on a jusqu'à présent faussement appelé *vitesse de l'électricité;* mais nous constaterons dès maintenant que les lois des courants électriques que Ohm a longuement développées, en appliquant le calcul aux données théoriques que nous avons exposées, ne s'appliquent qu'à un circuit dont tous les points ont acquis leur état permanent de tension électrique. Pour distinguer ces deux états d'un circuit électrique, Ohm désigne ce dernier sous le nom de *circuit dans l'état permanent des tensions,* et l'autre sous le nom de *circuit dans l'état variable des tensions**.

Formules des piles hydro-électriques avec un circuit dans l'état permanent des tensions. — En appliquant à un circuit voltaïque la théorie d'Ohm, on arriverait immédiate-

* Les travaux de Ohm sur cette importante question comprennent trois Mémoires. Dans le premier, qui est en quelque sorte une introduction, il expose géométriquement les bases de sa théorie et en déduit les formules fondamentales. Ce premier Mémoire est à la portée de tous ceux qui ont la moindre connaissance de la géométrie. Dans le second, qui est purement mathématique, il établit les équations différentielles du mou-

Digitized by Google

ment à donner pour expression de la valeur de l'intensité du courant fourni par une pile

$$I = \frac{E}{R}.$$

E représentant la force électro-motrice, R la longueur réduite du circuit, et I l'intensité du courant. En effet, un élément voltaïque dont les éléments polaires sont réunis l'un à l'autre représente par le fait un anneau conducteur disjoint à la surface de contact du zinc avec le liquide excitateur, et dont un des bouts, en raison du contact de ces deux corps et de l'action chimique développée, possède une tension positive, tandis que l'autre bout possède une tension négative. Or, nous avons vu précédemment que l'intensité d'un courant dans un pareil circuit était représentée par $S = \frac{A}{L}$. Dans ce cas, la force électro-motrice est constituée par la somme des deux tensions + et —, et le circuit se compose : 1° du conducteur liquide interposé entre les deux lames polaires; 2° du conducteur métallique réunissant ces deux éléments polaires; 3° des éléments polaires eux-mêmes. Or, c'est ce circuit réduit que nous avons représenté par R, et que l'on désigne ordinairement sous le nom de *résistance intérieure de la pile*. Cette résistance varie bien entendu suivant la nature des piles, leur grandeur et le degré de conductibilité des corps qui y entrent, et nous verrons plus tard comment on peut en obtenir la valeur réelle.

vement électrique, et il discute mathématiquement les différentes actions qui sont en jeu. Le premier chapitre se rapporte à des considérations générales sur la propagation de l'électricité; le second, aux effets de tension; le troisième, aux effets du courant. Enfin, dans le troisième Mémoire; Ohm discute mathématiquement les effets de l'action chimique par rapport au courant.

Digitized by Google

Mais si l'on ne voulait pas se reporter aux considérations par lesquelles Ohm est arrivé à déterminer sa formule, on s'y trouverait naturellement conduit par le raisonnement suivant : Le courant se manifestant sous l'influence de la force électro-motrice qui a constitué les éléments polaires dans deux états électriques différents + et —, il doit nécessairement en résulter que plus la résistance qui sera opposée au mouvement électrique qui constitue ce courant sera considérable, moins son intensité électrique sera grande. S'il n'existait pas de circuit matériel entre les deux éléments dont l'équibre électrique a été détruit, et qui sont la cause initiale du dégagement électrique, l'intensité du courant serait égale à la force électro-motrice elle-même ; mais, comme il ne peut en être ainsi, cette intensité se trouve diminuée dans le rapport de la résistance que le circuit oppose au mouvement électrique déterminé par la force éloctro-motrice : par conséquent, si R représente cette résistance, $\frac{E}{R}$ devra représenter l'intensité du courant.

Il est vrai qu'avec cette théorie on s'explique difficilement comment une résistance R, qui doit être estimée en unités de longueur, peut être mise en rapport avec une quantité E, estimée en unités d'un ordre tout différent, et rien ne précise si la diminution de la quantité E doit être opérée par division ou par soustraction ; dès lors, la formule perd son caractère de valeur absolue que la théorie d'Ohm lui a donnée en faisant ces deux quantités E et R des dérivées de grandeurs géométriques parfaitement comparables. Quoi qu'il en soit, il n'en est pas moins vrai qu'à première vue cette dernière manière d'envisager la question rend plus facilement compte de l'établissement de la formule :

$$I = \frac{E}{R}, \qquad (1)$$

Digitized by Google

que nous considérerons désormais comme la base de toutes les lois des courants électriques*.

Si en partant de la dernière théorie que nous avons exposée, on examine ce que devient la valeur de I, quand un circuit extérieur r sera établi entre les deux pôles de la pile, on comprendra aisément que la résistance de ce nouveau conducteur, s'ajoutant à celle du circuit de la

* M. Marié Davy, en partant de considérations purement mécaniques, c'est-à-dire en assimilant la pile à une machine dans laquelle le travail moteur total doit être égal au travail résistant total, arrive également à cette équation $I = \frac{E}{R}$ et montre ainsi que la pile ne sort pas des conditions de la mécanique ordinaire; mais il fait voir aussi que cette équation n'est vraie qu'autant que dans les conducteurs, le travail résistant est proportionnel à I^2 aux surfaces de séparation de deux conducteurs hétérogènes, ce qui n'est pas toujours exactement vrai. Cette erreur dans la formule d'Ohm, qui est d'ailleurs le plus souvent négligeable dans la pratique, peut se démontrer d'une autre manière, comme nous le verrons plus tard, et prouve qu'il ne faut pas, au point de vue scientifique, accorder à cette formule une créance par trop absolue. Quoi qu'il en soit, voici comment M. Marié Davy peut la déterminer d'après le point de vue auquel il s'est placé.

Il considère le travail moteur de la pile comme résultant des actions chimiques et autres actions qui sont en jeu dans la création du courant électrique, et il admet conséquemment qu'il est proportionnel à l'intensité de ce courant et au produit KAi, A représentant le travail spécifique provenant de chaque combinaison chimique particulière, et K étant un coefficient dépendant de l'unité adoptée pour la mesure de i. D'un autre côté, il estime le travail résistant par l'effet qui résulte de la résistance opposée à la transmission du courant par les conducteurs, effet qui peut se manifester par une action calorifique produite sur le conducteur, par une action magnétique développée dans un électro-aimant par ce conducteur, ou enfin par une action chimique. Or, si l'on admet que ce travail résistant est proportionnel *au carré de l'intensité du courant*, qui est pour chaque unité de section du circuit de la pile représentée par $\frac{i}{s}$, il sera pour toute la masse de ce circuit proportionnel à $\frac{i^2}{s}$, et pour une longueur de ce circuit égale à l, il sera $K' \frac{i^2}{s} l$, K' dépendant de l'unité de courant, de l'unité de section, de l'unité de longueur adoptées, et enfin de la résistance

Digitized by Google

pile, la résistance totale sera représentée par $R + r$, et la formule deviendra :

$$I = \frac{E}{R + r}. \qquad (2)$$

Sans doute, en réduisant la résistance r en fonction de R, on pourrait ramener cette dernière formule à la première; mais comme les valeurs de R sont des quantités qui peuvent être déterminées une fois pour toutes pour

spécifique du conducteur. Or, comme le circuit total peut et doit se composer de conducteurs distincts pour lesquels K', s et l varient, tandis que I reste constant, le travail résistant total sera

$$i^2 \Sigma \frac{K'}{s} l;$$

Σ étant le signe d'une somme.

On arrive donc à l'équation :

$$K A i = i^2 \Sigma \frac{K'}{s} l,$$

ou

$$K A = i \Sigma \frac{K'}{s} l;$$

et en formant de ces différentes résistances une résistance réduite L, on a :

$$K A = \frac{K' i L}{s},$$

d'où

$$i = \frac{K}{K'} \frac{A}{\left(\frac{L}{s}\right)};$$

ou enfin, en prenant $s = 1$, et en faisant $\frac{L}{s} = \lambda$,

$$i = \frac{K}{K'} \frac{A}{\lambda}.$$

Enfin, en choisissant convenablement les unités, on peut poser $\frac{K}{K'} = 1$, et il vient

$$i = \frac{A}{\lambda};$$

ou, en employant les lettres que nous avons adoptées,

$$I = \frac{E}{R}.$$

Digitized by Google

chaque espèce de pile et qui peuvent être regardées théoriquement comme invariables, il vaut mieux distinguer l'une de l'autre ces deux parties du circuit dans la formule qui représente l'intensité du courant.

Maintenant, on comprendra aisément que si, au lieu d'un élément de pile, on emploie un nombre n d'éléments réunis individuellement, chacun de ces éléments ajoutant au courant sa force électro-motrice et lui opposant sa résistance intérieure, la force électro-motrice totale sera $n\mathrm{E}$, la résistance totale $n\mathrm{R}$, de sorte que la formule deviendra :

$$\mathrm{I} = \frac{n\mathrm{E}}{n\mathrm{R} + r}. \quad * \quad (3)$$

Telle est la formule générale des piles voltaïques; mais pour qu'on puisse comprendre comment les éléments de pile peuvent s'ajouter individuellement, il est essentiel que nous examinions de quelles manières ces éléments peuvent être groupés ensemble et les conséquences qui résultent des différents modes de groupement.

Si on réunit les différents éléments de la pile de n éléments par leurs pôles semblables, ce qui revient à ne faire de ces n éléments qu'un seul élément d'une grandeur n fois plus considérable, la force électro-motrice n'aura pas, il est vrai, changé de valeur**, mais les sur-

* Si on représente par L la résistance totale de la pile, et qu'on calcule l'intensité de chaque couple composant cette pile, on trouve pour chaque élément:

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{R} + \mathrm{L} - \mathrm{R} + r} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{L} + r},$$

et pour la pile entière :

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{L} + r} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{L} + r} + \frac{\mathrm{E}}{\mathrm{L} + r} \cdots\cdots = \frac{n\mathrm{E}}{\mathrm{L} + r} \quad \text{ou} \quad \frac{n\mathrm{E}}{n\mathrm{R} + r}.$$

** L'expérience démontre en effet que l'augmentation de la surface

Digitized by Google

faces électrisées dans la pile étant n fois plus grandes, la résistance R sera n fois moins grande, de sorte que la formule (3) deviendra :

$$I = \frac{E}{\frac{R}{n} + r} = \frac{nE}{R + nr}. \qquad (4)$$

Dans ce cas, la valeur de I dépendra essentiellement de la valeur de r. Plus cette quantité sera petite, plus la valeur de I sera considérable.

Maintenant, si on réunit les éléments de la pile par leurs pôles dissemblables, le courant de chaque couple étant obligé de traverser tous les autres, et s'ajoutant à son voisin, la formule (3), représentant alors l'intensité du courant, pourra se mettre sous cette forme :

$$I = \frac{E}{R + \frac{r}{n}}; \qquad (5)$$

et l'on verra ainsi que plus le nombre n d'éléments sera considérable, plus la valeur de I sera considérable et plus la valeur r pourra être augmentée sans préjudice pour l'intensité du courant.

La discussion de ces formules montre plusieurs conséquences importantes que l'expérience confirme.

D'abord, si dans les deux dernières équations (4) et

des éléments d'une pile n'augmente pas leur force électro-motrice individuelle, et que l'intensité seule du courant se trouve accrue par suite de la moindre résistance du circuit. Ainsi, quand on dispose en tension deux éléments, zinc et platine, de manière à recueillir le gaz hydrogène, on remarque, suivant M. Delarive, que l'augmentation de la surface de zinc de l'un des couples a pour effet de fournir une plus grande quantité d'hydrogène aux électrodes positifs. Mais cette quantité est toujours la même sur chacun d'eux; le travail chimique devient seulement sur le plus petit zinc plus fort qu'il ne l'était lorsque les deux zincs étaient égaux.

Digitized by Google

(3), on fait $r = 0$, ou tellement petit qu'il puisse être négligé par rapport à nR, elles deviennent :

1° Pour la pile dont les éléments sont groupés par leurs pôles semblables,

$$I = \frac{nE}{R};$$

2° Pour la pile dont les éléments sont groupés par leurs pôles contraires,

$$I = \frac{nE}{nR}$$

et l'on peut voir que, dans le premier cas, l'intensité du courant croît proportionnellement au nombre des éléments, tandis que, dans le second, cette intensité reste la même, quelque soit le nombre des éléments, et ne dépasse pas celle d'un seul élément; car $\frac{nE}{nR} = \frac{E}{R}$. C'est pourquoi on donne à la première disposition de la pile le nom de *disposition en quantité*.

Si dans les formules n° 3 et n° 4 on fait croître la résistance r proportionnellement au nombre des éléments de la pile, elles deviennent :

$$I = \frac{nE}{nR + nr} = \frac{E}{R + r},$$

et

$$I = \frac{nE}{R + n^2 r}.$$

Ce qui montre : 1° que la valeur de I reste toujours la même, c'est-à-dire celle d'un élément, quand les différents éléments qui composent la pile sont réunis par leurs pôles contraires; 2° que cette même valeur de I décroît presque proportionnellement à la résistance que l'on ajoute quand la pile est disposée en quantité.

Enfin, si dans les formules (3) et (4) la valeur de r de-

Digitized by Google

vient tellement considérable que la valeur nR puisse être négligée (ce qui suppose à R une valeur très-petite), ces formules deviennent :

$$I = \frac{nE}{r}, \qquad \text{et} \qquad I = \frac{nE}{nr} = \frac{E}{r};$$

et alors l'intensité du courant devient, dans le premier cas, proportionnelle au nombre des éléments de la pile réunis par leurs pôles contraires, et, dans le second cas, elle se trouve réduite à celle d'un seul élément. Comme, dans le premier cas, l'augmentation de la résistance du circuit extérieur se trouve facilement vaincue par le nombre des éléments que l'on ajoute à la pile, on dit que celle-ci est disposée en *tension*.

Enfin, une dernière déduction que l'on peut tirer de la formule d'Ohm, c'est que, si on augmente ou si on diminue la résistance d'une partie quelconque d'un circuit, l'intensité totale du courant diminue ou augmente dans un rapport qui est le même que celui qui existe entre la résistance ajoutée ou retranchée et la résistance totale nouvelle du circuit tout entier.

En effet, soit

$$I = \frac{E}{R}, \qquad I' = \frac{E}{R+r}, \qquad I'' = \frac{E}{R-r},$$

on pourra poser les proportions suivantes :

$$\frac{I}{I'} = \frac{E(R+r)}{E(R)} \qquad \text{et} \qquad \frac{I''}{I} = \frac{E(R)}{E(R-r)},$$

ou

$$I : I' :: R+r : R \qquad \text{et} \qquad I'' : I :: R : R-r,$$

dans lesquelles

$$I - I' : I :: r : R+r \qquad \text{et} \qquad I'' - I : I :: r : R-r;$$

c'est-à-dire que la diminution d'intensité est à l'intensité primitive comme la résistance r ajoutée est à la résistance

Digitized by Google

totale nouvelle $R + r$, et l'augmentation $I'' - I$ est à l'intensité primitive comme la résistance r supprimée est à la résistance nouvelle totale $R - r$.

Ces formules permettent de déterminer la valeur de R, car de l'équation

$$\frac{I - I'}{I} = \frac{r}{R + r},$$

on tire :

$$R + r = \frac{Ir}{I - I'}, \qquad \text{d'où} \qquad R = \frac{Ir}{I - I'} - r = \frac{I'r}{I - I'}.$$

Mais nous verrons plus tard une méthode plus pratique pour cette détermination.

Si, dans la formule n° 3, on réduit les résistances r et R en fonction de la même unité et qu'on représente $R + r$ par a, pour une augmentation de la résistance r, cette valeur a deviendra a', et on aura alors les deux équations :

$$I = \frac{E}{a}, \qquad I' = \frac{E}{a'};$$

lesquelles, divisées l'une par l'autre, donneront la proportion :

$$\frac{I}{I'} = \frac{a'}{a};$$

Ce qui montre que les intensités des courants voltaïques sont en raison inverse des résistances des circuits.

Or, comme il résulte de l'expérience, ainsi que nous l'avons dit précédemment, que ces résistances dépendent de la longueur de la section et de la conductibilité des conducteurs composant ces circuits, qu'elles sont d'autant plus grandes que le circuit est plus long, et d'autant moindres que ce circuit est d'une meilleure conductibilité et de section plus grande, on arrive à conclure qu'elles pourront être représentées par le rapport de la longueur du circuit à la section et à la

Digitized by Google

conductibilité du conducteur qui le compose, c'est-à-dire par la formule $\frac{l}{sc}$; l représentant la longueur dudit circuit, s sa section, c sa conductibilité. En substituant aux valeurs a et a', dans l'équation $\frac{I}{I'} = \frac{a'}{a}$, les quantités $\frac{l}{s\,c}$, $\frac{l'}{s'c'}$ qui les représentent, on arrive à la formule générale :

$$\frac{I}{I'} = \frac{l'.s\,c}{l.s'c'}, \qquad (6)$$

qui montre que l'intensité d'un courant pour des circuits de même section et de même conductibilité est en raison inverse de leur longueur, et pour des circuits de même longueur en raison directe de leur section et de leur conductibilité. Ces conclusions ne s'appliquent, bien entendu, qu'aux circuits homogènes, c'est-à-dire aux circuits qui ne représentent qu'une seule résistance; mais comme, d'après l'expérience et la théorie, l'intensité électrique est toujours la même aux différents points d'un circuit hétérogène, il devient toujours facile, ainsi qu'on l'a vu par la théorie d'Ohm, de transformer un circuit composé de conducteurs différents en un circuit homogène qui constitue alors le *circuit réduit* d'Ohm. Il va sans dire que dans cette réduction la résistance R doit nécessairement figurer.

Circuits dérivés.—Si, au lieu d'un seul circuit de résistance r, on fait partir des pôles d'une pile un second circuit de résistance r', le courant se partagera entre les deux circuits et son intensité dans chacun d'eux dépendra de leur résistance réciproque. Dans ce cas, les formules précédentes se compliqueront de plusieurs éléments nouveaux.

Digitized by Google

Appelons a la résistance de l'un des circuits dérivés, b la résistance de l'autre circuit également dérivé, et cherchons à déterminer la résistance totale des deux circuits en fonction des résistance a et b.

Pour cela, imaginons pour un instant que les deux conducteurs de résistance a et de résistance b soient de même longueur et de section différente s, s', la résistance de l'un sera représentée par $\frac{l}{s}$, et la résistance de l'autre par $\frac{l}{s'}$, puisque la résistance d'un fil métallique est représentée par le rapport de sa longueur à sa section ; on a donc :

$$a = \frac{l}{s}; \qquad b = \frac{l}{s'}; \qquad \text{ou} \qquad as = \frac{ls}{s}, \quad \text{et} \quad bs' = \frac{ls'}{s'};$$

d'où

$$s = \frac{l}{a}, \qquad \text{et} \qquad s' = \frac{l}{b}.$$

La résistance totale des deux circuits, qui sera $a + b$, pouvant être représentée par un fil unique de longueur l, mais d'une section égale à la somme des sections des résistances réduites a et b, sera représentée par :

$$r = a + b = \frac{l}{s + s'} = \frac{l}{\frac{l}{a} + \frac{l}{b}} = \frac{l}{\frac{l(a+b)}{ab}} = \frac{ab}{a+b}.$$

Si on substitue cette valeur de r dans la formule n° 3, on obtient successivement :

$$\mathrm{I} = \frac{n\mathrm{E}}{n\mathrm{R} + \frac{ab}{a+b}} = \frac{n\mathrm{E}}{\frac{n\mathrm{R}(a+b) + ab}{a+b}} = \frac{n\mathrm{E}(a+b)}{n\mathrm{R}(a+b) + ab}, \quad (7)$$

et, en développant l'équation,

$$\mathrm{I} = \frac{n\mathrm{E}a}{n\mathrm{R}(a+b) + ab} + \frac{n\mathrm{E}b}{n\mathrm{R}(a+b) + ab}.$$

Digitized by Google

Or, comme l'intensité totale du circuit se compose de la somme des intensités des deux courants passant par les deux dérivations, lesquelles se trouvent exprimées dans l'équation précédente en fonction de leur résistance réciproque, on a finalement pour l'intensité du courant passant par la dérivation b :

$$I' = \frac{nEa}{nR(a+b)+ab}; \qquad (8)$$

et pour l'intensité du courant passant par la dérivation a :

$$I'' = \frac{nEb}{nR(a+b)+ab}. \qquad (9)$$

Si, au lieu de deux dérivations du courant, on en avait eu trois, les formules précédentes seraient devenues :

$$I = \frac{nE(ab+ac+bc)}{nR(ab+ac+bc)+abc}; \qquad (10)$$

$$I' = \frac{nEbc}{nR(ab+ac+bc)+abc}; \qquad (11)$$

$$I'' = \frac{nEac}{nR(ab+ac+bc)+abc}; \qquad (12)$$

$$I''' = \frac{nEab}{nR(ab+ac+bc)+abc}. \qquad (13)$$

Car, au lieu d'introduire dans la formule (3) pour valeur de r, $\frac{ab}{a+b}$, on aurait eu à introduire la quantité $\frac{abc}{bc+ac+ab}$.

Les formules de Ohm sont plus simples en apparence, parce qu'elles ne renferment pas tous les éléments qui doivent entrer dans les calculs et qu'elles supposent les réductions opérées préventivement; ces formules, si on désigne par a, b, c, etc., les résistances des circuits dé-

Digitized by Google

rivés, donnent, eu égard à la valeur de r dans la formule $I = \frac{nE}{nR + r}$, la relation suivante :

$$\frac{1}{r} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}, \text{ etc.}, \qquad (14)$$

qui permet de déterminer la valeur de r. Or, celle-ci étant connue, la valeur de I dans le circuit total se déduit de la formule $I = \frac{nE}{nR + r}$, et les valeurs I', I'', I''' des courants dérivés se trouvent fournies par les formules.

$$I' = \frac{nE}{nR + r} \times \frac{r}{a}; \quad (15) \qquad I'' = \frac{nE}{nR + r} \times \frac{r}{b}; \quad (16)$$

$$I''' = \frac{nE}{nR + r} \times \frac{r}{c}. \quad (17)$$

Mais il est facile de voir que ces formules reviennent à celles que nous avons données, car dans la formule (14),

$$r = \frac{abc}{bc + ac + ab};$$

d'où

$$I = \frac{nE}{nR + \frac{abc}{bc + ac + ab}} = \frac{nE(bc + ac + ab)}{nR(bc + ac + ab) + abc}.$$

D'un autre côté, la valeur de a déduite de la formule (14) étant, après la réduction au même dénominateur, représentée par $\frac{abc}{cb}$, on a, en la subtituant à a dans la formule (15) :

$$I' = \frac{nE(bc + ac + ab)}{nR(bc + ac + ab) + abc} \times \frac{abc \times bc}{(bc + ac + ab)abc} =$$

$$= \frac{nE \times bc}{nR(bc + ac + ab) + abc},$$

expression identique avec la formule (n° 11). Il en serait de même pour les autres formules.

Digitized by Google

Si les dérivations, au lieu d'être établies à partir des pôles mêmes de la pile, étaient placées en un point quelconque du circuit simple, on ramenerait les calculs aux formules précédentes en faisant entrer dans la résistance de la pile la partie L du circuit simple qui leur est commune, de sorte que la formule 7 deviendrait alors :

$$\frac{nE(a+b)}{(nR+L)(a+b)+ab}.$$

Telles sont les formules fondamentales des courants dérivés, dont l'interprétation ne saurait être douteuse, puisqu'elles tiennent compte de tous les éléments qui sont en jeu dans un circuit, savoir : la force électro-motrice, la résistance intérieure de la pile, le nombre d'éléments qui la composent et la résistance des dérivations du circuit. Nous verrons plus tard les déductions pratiques qu'on peut en tirer dans quelques cas particuliers. Mais nous pouvons déjà conclure d'une manière générale : 1° que quand les dérivations sont égales dans deux circuits dérivés, les intensités du courant sont égales dans chacun d'eux ; 2° que si l'une des dérivations est excessivement petite par rapport à l'autre, le courant passe presque entièrement par cette petite dérivation sans fournir de courant appréciable dans l'autre. En effet, les formules (7), (8) et (9) deviennent dans ce cas :

$$I=\frac{nEa}{nRa}=\frac{E}{R}; \qquad I'=\frac{nEa}{nRa}=\frac{E}{R}; \qquad \text{et} \qquad I''=0.$$

Détermination des constantes des piles voltaïques. — Les formules d'Ohm vont maintenant nous servir pour la détermination des trois valeurs E, I et R que l'on désigne sous le nom de *constantes des piles voltaïques.* On comprend

*

Digitized by Google

tiré d'une des nombreuses expériences de M. Breguet, pour la détermination des constantes voltaïques :

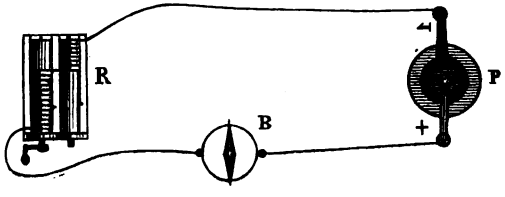

Fig. 2.

Soit P une pile de Daniell ordinaire de moyen modèle dont le vase poreux a 12 centim. sur 5,4 centim. de dimensions, et dont le zinc a 9 centim. sur 7.

Soit B une boussole des sinus très-sensible et R un rhéostat.

Après avoir bien orienté la boussole des sinus et avoir placé son cercle multiplicateur dans le plan du méridien magnétique, le zéro du cercle indicateur correspondant au zéro du vernier, on développe sur le rhéostat une certaine résistance que l'on estime par le nombre de tours accomplis par les cylindres de l'instrument, puis on ferme le circuit. La boussole des sinus dévie et on estime l'intensité du courant par l'arc qu'on fait décrire au cercle multiplicateur de cette boussole pour ramener dans le plan de celui-ci l'aiguille déviée par le courant. On note exactement cet arc non-seulement en degrés, mais encore en minutes, puis ou procède à une nouvelle expérience, dans laquelle on fait varier la résistance du rhéostat. On obtient alors une autre intensité que l'on note comme nous venons de l'indiquer. Ces deux résistances différentes, développées par le rhéostat, donneront les valeurs r, r', et les sinus des deux arcs fournis par la boussole donneront les valeurs I, I'.

Digitized by Google

Soit r = 100 tours du rhéostat.
Soit r' = 200 id. id.
Soit I = sin 40° 39′.
Soit I′ = sin 20° 36′.

On cherchera dans les tables des sinus* les valeurs en sinus des arcs 40°,39 et 20°,36, que l'on trouvera être 0,65144 et 0,35184, et, en substituant ces nombres aux quantités I, I′, r, r' dans les formules précédentes, on aura :

1° Pour la formule $R = \frac{I'r' - Ir}{I - I'}$:

$$R = \frac{0,35184 \times 200 - 0,65144 \times 100}{0,65144 - 0,35184} = \frac{5,224}{0,2996} = 17,43;$$

2° Pour la formule $E = \frac{II'(r' - r)}{I - I'}$:

$$E = \frac{0,65144 \times 0,35184 (200 - 100)}{0,65144 - 0,35184} = \frac{22,92026}{0,2996} = 76,50;$$

3° Pour la formule $E = I(R + r)$:

$$E = 0,65144 (17,43 + 100) = 76,4985992;$$

4° Pour la formule $E = I'(R + r')$:

$$E = 0,35184 (17,43 + 200) = 76,5005712;$$

5° Pour la formule $R = \frac{E}{I'} - r'$:

$$R = \frac{76,50}{0,35184} - 200 = 17,48.$$

On voit que les quantités représentant les valeurs de E et de R obtenues par ces différentes formules sont à peu près identiques, et les très-petites différences qu'on re-

* A ce sujet, j'indiquerai les tables des sinus naturels de M. Claudel comme très-commodes pour ces déterminations.

Digitized by Google

marque ne tiennent qu'à des décimales qui ont été négligées.

Bien que les formules d'Ohm rendent compte de la plupart des phénomènes que l'on observe dans les transmissions électriques, elles ne sont pourtant pas toujours d'accord avec la théorie que cet illustre géomètre a posée. Ainsi, Ohm admet que la force électro-motrice et la résistance d'une pile sont invariables quelle que soit la résistance du circuit extérieur. Or, M. Jacobi, dans un Mémoire lu à l'Académie des sciences de Saint-Pétersbourg, le 6 février 1846 (*Bulletin de la classe physico-mathématique*, t. V, n° 78), a démontré, par une série d'observations que nous rapportons ci-dessous, que si on calcule la force électro-motrice et la résistance d'une pile de Daniell, en prenant pour point de départ les différentes intensités de courant correspondantes à différentes résistances interposées dans le circuit, on obtient pour résultat des valeurs différentes de E et de R, qui augmentent toujours avec les résistances extérieures du circuit, ou, ce qui revient au même, qui augmentent en sens inverse de l'intensité du courant.*

Résistances.	Intensités du courant.	Valeurs de E.	Valeurs de R.
1 — r = 3,659.....	I = 35° 20′	3162.....	0,798
2 — r' = 11,268.. ...	I′ = 14° 41′		
3 — r = 3,659.....	I = 35° 14′	3192.....	0,860
4 — r' = 16,948.....	I′ = 10° 10′		
5 — r = 3,659.....	I = 35° 10′	3214.....	0,901
6 — r' = 22,501.....	I′ = 7° 60′		

* M. Delarive, comme M. Poggendorff, reconnaît aussi que par suite de l'application de résistances variables au circuit d'une pile, la force électro-motrice acquiert une valeur d'autant plus grande que la résistance absolue est plus considérable ; ce qui tient, suivant lui, à ce que le couple s'affaiblit d'autant moins vite que le circuit dont il fait partie est moins conducteur, les causes perturbatrices (telles, en particulier, que la polarisation du métal négatif) ayant d'autant moins de puissance. La résistance absolue R, suivant M. Delarive, varie également par la même raison.

Digitized by Google

Résistances.	Intensités du courant.	Valeurs de E.	Valeurs de R.
7 — r = 3,659.....	I = 35° '9	3236.....	0,933
8 — r' = 28,292.....	I' = 6° 20'		
9 — r = 3,659.....	I = 35° 6'	3236.....	0,944
10 — r' = 33,683.....	I' = 5° 21'		
11 — r = 3,659.....	I = 35° 1'	3350.....	1,128
12 — r' = 67,114.....	I' = 2° 44'		
13 — r = 3,659.....	I = 35° 1'	3251.....	0,986
14 — r' = 33,683.....	I' = 5° 22'		
15 — r = 3,659.....	I = 35° 1'	3243.....	0,975
16 — r' = 28,292.....	I' = 6° 21'		
17 — r = 3,659.....	I = 35° 1'	3229.....	0,954
18 — r' = 22,501.....	I' = 7° 51'		
19 — r = 3,659.....	I = 35° 1'	3192.....	0,901
20 — r' = 16,948.....	I' = 10° 10'		
21 — r = 3,659.....	I = 35° 1'	3177.....	0,880 *
22 — r' = 11,268.....	I' = 14° 40'		

* En examinant ce tableau, on peut être surpris de ce que les rapports $\frac{E}{R}$, qui résultent de la comparaison des valeurs déterminées par M. Jacobi, ne correspondent pas à ceux des valeurs déterminées par M. Bréguet et dont j'ai vérifié plus d'une fois l'exactitude. Ces rapports sont en effet, dans le premier cas, 4000; dans le second, 4,75. Cela tient évidemment au mode de calcul; car en prenant les chiffres de M. Jacobi et en les calculant, comme nous l'avons indiqué précédemment, seulement en prenant pour valeurs de I et I' les valeurs des tangentes des angles observés (M. Jacobi s'étant servi de la boussole des tangentes), on trouve :

1° Avec la formule $R = \frac{I'r' - Ir}{I - I'}$:

$$R = \frac{0,26203 \times 11,268 - 0,70891 \times 3,659}{0,70891 - 0,26203} = \frac{0,35865235}{0,44688} = 0,80255;$$

2° Avec la formule $E = \frac{II'(r' - r)}{I - I'}$:

$$E = \frac{0,70891 \times 0,26203\,(11,268 - 3,659)}{0,70891 - 0,26203} = \frac{1,41341502466 57}{0,44688} = 3,16285;$$

3° Avec la formule $E = I\,(R + r)$:

$$E = 0,70891\ (0,80255 + 3,659) = 3,16284;$$

4° Avec la formule $R = \frac{E}{I} - r$:

$$R = \frac{3,16285}{0,7089} - 3,659 = 4,461 - 3,659 = 0,802.$$

On obtient donc par le fait les valeurs 3,162 et 0,802 pour exprimer E

Digitized by Google

On voit, en effet, dans le tableau qui précède, que dans les 12 premières expériences, où la résistance r' augmente successivement, les valeurs de E et de R augmentent également, tandis qu'elles diminuent dans les 10 dernières expériences, où cette même résistance diminue graduellement. Mais la différence est encore plus marquée quand, dans le tableau précédent, on groupe ensemble les résistances dans un ordre différent; par exemple, quand on prend pour valeur de r la résistance de la deuxième expérience, et pour valeur de r' la résistance de la quatrième expérience, ou bien encore quand on combine la résistance de la sixième expérience avec celle de la huitième, etc., comme on le voit dans le tableau ci-contre* :

et R, et leur rapport, qui est à peu près 4, se rapproche considérablement de celui des valeurs de M. Bréguet.

Maintenant si, au lieu de prendre les valeurs des tangentes de I et I' en fractions décimales, on les prend en nombres entiers, la valeur de R restera toujours la même, mais la valeur de E se trouvera multipliée par 1000. En effet, on trouve alors :

$$R = \frac{26203 \times 11,268 - 70891 \times 3\,659}{70891 - 26203} = \frac{35865,235}{44688} = 0,80255;$$

$$E = 70891\ (0,80255 + 3,659) = 3162,84.$$

Or, c'est cette dernière méthode qu'a suivie M. Jacobi, et si M. Bréguet eût fait de même, il aurait trouvé des résultats à peu près concordants.

* Ce qui avait mis dans l'origine M. Jacobi sur la voie de cette déduction, c'est qu'ayant cherché à déduire la valeur de E d'une source magnéto-électrique dont la valeur de R (représentée par la résistance du fil d'induction) et la valeur de I lui étaient connues, il put constater que, par suite de l'application des formules de Ohm à cette détermination, la valeur de E et la valeur de R se trouvaient très-différentes des valeurs trouvées directement par l'expérience. Ainsi, la résistance de la bobine d'induction étant représentée par 14,026, et la résistance totale du circuit par 54,946, E devenait égal à 41,71, tandis qu'en opérant à l'aide des formules de Ohm, déduites de deux expériences successives, l'une avec une résistance de $r = 54,946$, l'autre avec une résistance $r' = 103,062$, E devenait égal à 46,33, et la quantité R se trouvait être 28,9

Digitized by Google

	r et r'	I	E	R
2.....	11,268.....	14° 41′	3214.....	1,000
4.....	16,948.....	10° 10′	.....	
6.....	22,501.....	7° 50′	3273.....	1,020
8.....	28,292.....	6° 20′	3296.....	1,430
10.....	33,683.....	5° 21′	3420.....	2,880
12.....	67,114...	2° 40′	3436.....	2,710
14.....	33,683.....	5° 22′	3319.....	1,640
16.....	28,292.....	6° 21′	3298.....	1,290
18.....	22,501.....	7° 51′	3342.....	1,770
20.....	16,948.....	10° 10′	3214.....	0,960
22.....	11,268.....	14° 40′		

En supposant, et il y a beaucoup de raisons qui parlent en faveur de cette manière de voir, qu'en effet la force électro-motrice augmente avec la résistance extérieure du circuit, nous pouvons établir les deux équations de condition :

$$I = \frac{E'}{R' + r}, \qquad \text{et} \qquad I' = \frac{nE'}{R' + r'},$$

dans lesquelles $r' > r$ et $n > 1$, et d'où on tire :

$$E' = \frac{(r' - r)II'}{nI - I'}, \qquad \text{et} \qquad R' = \frac{I'r' - nIr}{nI - I'}.$$

En comparant ces valeurs avec celles obtenues précédemment, savoir :

$$E = \frac{(r' - r)II'}{I - I'}, \qquad \text{et} \qquad R = \frac{I'r' - Ir}{I - I'},$$

au lieu de 14,71. Or, en faisant intervenir cette valeur 46,33 au lieu de 41,71 dans les formules de Ohm, on obtenait comme valeur définitive de E : E = 53, c'est-à-dire une quantité s'écartant encore davantage de la véritable valeur. Comme les courants induits, en raison de leur durée infiniment courte, peuvent être soumis à des lois particulières, M. Jacobi dut expérimenter avec une pile de Daniell, et il observa les faits que nous avons énoncés.

Digitized by Google

on voit d'abord que R est plus grand que R′, ou que :

$$\frac{I'r' - Ir}{I - I'} > \frac{I'r' - nIr}{nI - I'};$$

c'est-à-dire que les résistances intérieures R, calculées dans l'hypothèse de la constance de la force électro-motrice, *sont toujours plus grandes que les résistances réelles* R′. Maintenant, si dans l'équation $E' = \frac{(r' - r)\,I'I}{nI - I'}$, on remplace $(r' - r)\,I\,I'$ par sa valeur $E\,(I - I')$, tirée de la formule $E = \frac{II'\,(r' - r)}{I - I'}$, on a :

$$E' = \frac{E(I - I')}{nI - I'}, \quad \text{ou} \quad E'(nI - I') = E(I - I'), \quad \text{ou} \quad E = \frac{E'(nI - I')}{I - I'},$$

formule qui peut être mise sous la forme :

$$E = nE' + \frac{(n - 1)\,I'E'}{I - I'}\ ^{*};$$

ce qui montre *que la force électro-motrice calculée* E *est plus grande encore que celle* (nE') *qui appartient au plus faible courant* I′ *ou au circuit offrant le plus de résistance.* « On « peut donc en conclure, dit M. Jacobi, qu'il est probable « que les chiffres correspondants aux forces électro- « motrices obtenues par la méthode d'opposition (dont « nous parlerons à l'instant) et avec laquelle $I' = 0$, expri- « ment le maximum de la force électro-motrice dont une « pile est susceptible. Par conséquent, on commettrait une

* Cette formule peut être en effet transformée de la manière suivante, en ajoutant et en retranchant la quantité $E'nI'$:

$$E = \frac{E'nI - E'nI' + E'nI' - E'I'}{I - I'},$$

d'où

$$E = \frac{nE'(I - I')}{I - I'} + \frac{E'I'(n - 1)}{I - I'} = nE' + \frac{(n - 1)E'I'}{I - I'}.$$

Digitized by Google

« erreur en appliquant ces chiffres aux piles en action « engendrant un courant d'une intensité donnée. Il est « possible que le désaccord que nous venons de men- « tionner entre l'expérience et la théorie puisse s'expli- « quer en admettant *une résistance de transition, fonction « de la force du courant.* Quoi qu'il en soit, on peut tou- « jours dire que la loi d'Ohm, éminemment utile s'il s'agit « d'en déduire des résultats pratiques qui admettent une « certaine latitude, a rempli sa mission en ce qui con- « cerne les progrès que cette loi a fait faire à la science, « et que cette loi ne peut être employée qu'avec la « plus grande précaution dès qu'il s'agit de recherches « scientifiques et sérieuses. »

Les expériences que j'ai eu occasion de faire pour la détermination des forces électro-motrices m'ont conduit aux mêmes déductions que M. Jacobi. Ainsi, en donnant successivement aux valeurs de r et r' 417 mètres et 10000, 834 et 20000, la résistance R a varié de 448 à 1300, et la force électro-motrice avait varié elle-même, mais dans un rapport beaucoup moins grand. Je crois donc, tout en maintenant les conclusions de M. Jacobi, que, même au point de vue pratique, il serait essentiel qu'on déterminât les valeurs des constantes E et R avec différentes résistances, afin qu'on puisse, suivant les cas, adopter telle ou telle valeur. Ainsi, il est bien certain que, si on fait entrer les constantes E et R dans les formules exprimant la force des électro-aimants, on devra à priori estimer approximativement la résistance de ces électro-aimants pour choisir celles des valeurs de E et de R, dont la détermination a été faite dans des conditions de résistance analogues. Dans les expériences de M. Bréguet, ces déterminations ayant été faites avec des résistances équivalentes à sept et à quatorze kilomètres de fil télégraphique, on peut regarder généralement les chiffres

Digitized by Google

qu'il donne pour les valeurs des constantes E, R et I comme exactes relativement aux formules qui se rapportent aux forces des électro-aimants à fil fin utilisés en télégraphie électrique. Mais il est évident que, pour des électro-aimants à gros fil ou pour des circuits peu résistants, ces valeurs seraient trop considérables.

En attendant qu'on fasse les déterminations dont j'ai parlé, voici les valeurs des constantes des principales piles utilisées dans les applications électriques, constantes qui ont été calculées par M. Alfred Bréguet et qui représentent les moyennes d'un très-grand nombre d'expériences.

Élément de Bunsen (petit modèle).*

Valeur de E.....	133,25
Valeur de R.....	2,82

*Élément de Daniell (moyen modèle), celui qui est employé pour les télégraphes**.*

Valeur de E.....	76
Valeur de R.....	16

Élément à sulfate de mercure (même modèle que celui de l'élément Bunsen précédemment cité.

Valeur de E.....	101,81
Valeur de R.....	24,58.

* Dimensions du vase poreux : 9 centim. de hauteur, 35 millim. de diamètre. — Zinc, 9 centim. de hauteur, 45 millim. de diamètre. — Vase extérieur, 9 centim. de hauteur, 75 millim. de diamètre. — Charbon de 2 centim. de diamètre.

** Voici les dimensions de cet élément : Vase poreux, 12 cent. sur 5,4. — Zinc, 9 cent. sur 7. — Vase extérieur, 12 cent. sur 9,5. — Hauteur des liquides, 8 cent. Les valeurs des constantes de ces différentes piles ne sont pas comparables, puisque les éléments sont de grandeur différente. Nous verrons d'ailleurs plus tard dans quelles conditions elles peuvent être comparées; pour le moment, nous ne donnons que les valeurs se rapportant aux éléments généralement employés dans la télégraphie électrique.

Digitized by Google

Que représentent matériellement ces valeurs? Telle est la question qui nous reste maintenant à éclaircir. Si on n'avait pas à introduire dans les formules des courants d'autres valeurs que celles de ces constantes, il serait bien inutile de faire des recherches à cet égard, et tous les chiffres seraient bons, pourvu que les rapports de E et de R restassent les mêmes. Mais il n'en est pas ainsi, et comme dans la simple formule $I = \frac{E}{R + r}$, le facteur r peut-être représenté de mille manières différentes, il importe que R et r soient réduits en fonction de la même unité. En conséquence, il est essentiel de partir, pour l'estimation des constantes des piles voltaïques, d'une unité fixe qui devrait être adoptée par tous les physiciens et par tous les constructeurs. Jusqu'à présent il est loin d'en être ainsi, et chaque physicien, contrairement aux règles de la logique, se fait un plaisir d'avoir une unité particulière. Les uns prennent pour unité un pied anglais d'un fil de cuivre très-fin et très-pur d'un diamètre vérifié. Les autres préfèrent un fil d'argent d'un mètre, les autres un fil d'or, etc., et chacun d'apporter à l'appui de son choix des raisonnements plus ou moins spécieux. Qu'est-il résulté de cette confusion? Que les travaux des physiciens sur cette importante question sont demeurés sans profit pour les applications électriques. Il est cependant une considération qui devrait dominer toutes les autres : c'est précisément celle du parti qu'on peut tirer des formules d'Ohm dans la pratique. Or, quelle application peut profiter avantageusement de l'emploi de ces formules, si ce n'est la télégraphie électrique? Et ceci étant admis, quelle unité présente plus d'avantages pour la simplification des calculs qu'une longueur déterminée de fil télégraphique? On dira, je le sais, que le fil télégraphique n'est pas homogène ni dans son

Digitized by Google

diamètre, ni dans sa conductibilité. Mais où est donc la nécessité d'avoir directement recours à lui? Ne peut-on pas, par une série d'expériences faites sur différentes lignes télégraphiques, mesurer la résistance de 500 ou 1000 mètres de ce fil, prendre la moyenne de toutes ces résistances et former un étalon de 500 mètres qu'on pourrait fractionner ensuite et sur lequel on construirait tous les autres comme on l'a fait pour le mètre. Cet étalon serait déposé à l'administration des lignes télégraphiques ou au Conservatoire des arts et métiers, et il serait loisible aux divers constructeurs de venir vérifier leur étalon. Depuis longtemps M. Bréguet se sert de cette unité, et les bobines de résistances employées par l'administration des lignes télégraphiques sont évaluées en kilomètres de fil télégraphique. Mais un *étalon type* manque encore aujourd'hui, et les bobines de résistances que l'on vend sont loin de fournir des résistances concordantes, quoique indiquant un nombre donné de kilomètres de fil télégraphique. Cela vient de ce que l'on part d'un étalon variable. Ainsi, M. Bréguet a reconnu dans le temps que 14 tours 1/2 de son rhéostat correspondaient à un kilomètre de fil télégraphique, et c'est sur cette donnée qu'il construit ses bobines de résistance. M. Mouilleron, pour se faire un étalon, a étendu sur des poteaux, avec un isolement convenable, 417 mètres de fil télégraphique galvanisé de 4 millimètres de diamètre, et a construit, au moyen d'un galvanomètre différentiel, 12 bobines types représentant en fil de cuivre n° 16 les 417 mètres de fil télégraphique. Ces bobines ayant été recouvertes d'un fort enduit à la gomme laque lui ont servi à établir deux bobines de 503 kilomètres de résistance sur lesquelles il a pu faire des bobines de 10, 20, 30, etc., kilomètres.

Cette méthode est évidemment la plus sûre, car avec un galvanomètre différentiel et des bobines toutes faites

Digitized by Google

sur lesquelles on prend juste la quantité de fil nécessaire pour correspondre à la résistance cherchée, on n'a pas à craindre de mauvais contacts comme cela arrive souvent avec le rhéostat. Voici, du reste, comment on procède : le courant d'une pile de Daniell, passant à travers les deux circuits qu'il s'agit de rendre égaux en résistance et qui partent tous les deux des pôles mêmes de la pile, traverse d'abord, mais en sens contraire, les deux fils du galvanomètre différentiel. Si les résistances sont égales de part et d'autre, l'aiguille du galvanomètre reste à zéro; mais si l'aiguille est déviée, on retire du circuit de la bobine autant de fil qu'il en faut pour que l'équilibre entre les deux courants soit établi.

Je possède une des bobines-type que MM. Mouilleron et Gaussin ont construites, et c'est avec elles et un rhéostat présentant des résistances de 10, 20, 40, 100 et 200 kilomètres que j'ai fait toutes mes expériences. M. Ed. Becquerel, qui va entreprendre sur ce sujet un grand travail, va également se servir de cette unité. Si tous les physiciens en faisaient autant, on pourrait beaucoup mieux s'entendre et on n'aurait plus de discussions à craindre.

Pour montrer l'importance de l'unité dont nous venons de parler, supposons qu'il s'agisse de calculer l'intensité électrique à travers un électro-aimant dont la résistance, calculée par les moyens que j'ai indiqués dans mon traité d'électro-magnétisme, est de 3571 mètres de fil télégraphique, la pile étant de 8 éléments de Daniell. Il est évident que, si nous prenons les quantités 76 et 16 que nous avons indiquées pour les valeurs de E et de R correspondant à cette pile, nous n'aurons pas un résultat exact, car la formule

$$I = \frac{nE}{nR + r} \quad \text{donnerait} \quad I = \frac{8 \times 76}{8 \times 16 + 3571} = 0{,}164.$$

Or, l'expérience démontrerait qu'il n'en est pas ainsi,

Digitized by Google

et cela se comprend, car la valeur obtenue de cette manière dépend essentiellement de r. Mais si nous savons que la quantité 16 représente environ 1100 mètres de fil télégraphique, et que, pour maintenir le rapport entre E et R, il faut multiplier 1100 par 4,75, pour avoir la valeur de E, nous aurons :

$$I = \frac{8 \times 5225}{8 \times 1100 + 3571} = \frac{41800}{12371} = 3,38,$$

qui sera la valeur réelle de I.

On voit donc par là combien il est nécessaire de ramener toutes les valeurs des formules à l'unité télégraphique, qui est d'un usage si commode pour toutes les applications électriques, et, pour éviter ce travail à nos lecteurs, nous allons donner la valeur des constantes voltaïques estimées en fonction de cette unité.

Élément de Bunsen (petit modèle), bien chargé.

Valeur de E.....	9257,25
Valeur de R.....	194,48
Valeur de I.....	47,60

Élément de Daniell (moyen modèle), chargé avec de l'eau pure.

Valeur de E.....	5225,00
Valeur de R.....	1100,00
Valeur de I.....	4,75

Élément de M. Marié Davy avec vase poreux (mêmes dimensions que l'élément de Bunsen).

Valeur de E.....	7017,96
Valeur de R.....	1695,16
Valeur de I.....	4,14

Élément de Daniell (moyen modèle), chargé avec de l'eau pure dans de bonnes conditions de conductibilité.

Valeur de E.....	4552,00
Valeur de R.....	800,00
Valeur de I.....	5,69

Digitized by Google

Élément à sulfate de plomb de M. Ed. Becquerel (moyen modèle). chargé avec de l'eau légèrement acidulée.

Valeur de E	2503,00
Valeur de R.....	747,00
Valeur de I.....	3,35

Voulant m'assurer de l'exactitude de ces chiffres, j'ai introduit dans le circuit d'une pile de 8 éléments Daniell, dans lequel était déjà interposée ma balance magnétique, un élément Daniell dans lequel les lames cuivre et zinc étaient remplacées par deux lames de platine*. J'avais eu soin de rouler une de ces lames de manière à entourer le vase poreux comme le zinc. Après avoir fermé le circuit, j'ai mesuré la force attractive développée par l'électro-aimant de ma balance magnétique, puis j'ai interposé successivement, au lieu et place de cet élément Daniell, 400 mètres et 800 mètres de fil télégraphique. Voici les chiffres que j'ai obtenus :

		1re série d'expériences.	2e série d'expériences.
Force du courant	sans résistance interposée.	68 gr.	65 gr.
Id.	avec pile interposée.....	59	57
Id.	avec 800 m. de résistance.	59	57
Id	avec 400 m. de résistance.	63	61

L'élément Daniell interposé avait été chargé avec de l'eau pure et se trouvait, au moment de l'expérience, dans de bonnes conditions de conductibilité. Or, on voit, d'après les chiffres précédents, que la résistance qu'il opposait au courant était précisément égale à celle opposée par 800 mètres de fil télégraphique ; ce qui correspond parfaitement au nombre indiqué par M. Bréguet.

* Dans les piles de Daniell la polarisation des lames est extrêmement faible, et sa réaction ne pouvait guère être appréciée avec ma balance magnétique.

Digitized by Google

Du reste, nous devons le dire dès maintenant, l'énergie des éléments voltaïques dépend beaucoup, non-seulement de leur grandeur et du degré de conductibilité des liquides excitateurs et de leur température, mais encore de l'état des vases poreux, de l'agitation des liquides, de la hauteur de ceux-ci dans les vases qui les contiennent, et de l'état des surfaces du cylindre du zinc.

Plus les liquides sont conducteurs, plus leur température est élevée, plus le diaphragme est mince et poreux, plus la résistance R se trouve diminuée et plus, par conséquent, l'intensité I est considérable. D'un autre côté, plus les liquides excitateurs sont actifs, plus ils sont limpides, mieux les zincs sont amalgamés; plus la force électro-motrice augmente. Les piles de Daniell présentent sous ces différents rapports des particularités qui sont très-curieuses à signaler. Ainsi, quand les solutions de sulfate de cuivre et de sulfate de zinc sont très-concentrées, la force du courant produit est plus grande, la pile étant depuis longtemps en repos, que quand ces liquides sont agités; cela vient sans doute de ce que la solution de sulfate de zinc, se trouvant sursaturée de ce sel quand elle est agitée, est moins conductrice et diminue par cela même la valeur de R. Du reste, plus la quantité des dissolutions est considérable, plus la force de la pile est grande, quand bien même on n'ajouterait que de l'eau aux solutions existantes déjà. Mais un des éléments qui influe le plus sur l'énergie de la pile de Daniell, c'est l'état des vases poreux. Il se forme, comme on le sait, au bout de quelque temps, sur les parois de ces vases, des dépôts de cuivre qu'on désigne ordinairement sous le nom d'*incrustations*, et qu'on regarde souvent comme étant nuisibles. Eh bien, *j'ai reconnu que plus ces incrustations sont considérables (quand toutefois elles n'empêchent pas la perméabilité du vase), plus le courant acquiert d'énergie.*

Digitized by Google

Cela vient encore de la diminution de la résistance intérieure de la pile, et j'ai pu m'en convaincre en interposant comme précédemment, dans un circuit parcouru par un courant, un élément Daniell dépourvu de ses éléments zinc et cuivre et en mettant successivement l'un après l'autre un vase poreux neuf, un vase poreux légèrement incrusté et un vase poreux très-incrusté. Pour que les expériences fussent bien dans les mêmes conditions, j'avais soin d'employer la même solution de sulfate de cuivre que je versais successivement d'un vase dans l'autre. Voici les résultats que j'ai obtenus :

Force du courant sans résistance dans le circuit.....	70 gram.
Force du courant avec pile interposée, le vase poreux étant neuf.....	32
Force du courant avec pile dont le vase poreux était légèrement incrusté.....	45
Force du courant avec pile dont le vase poreux était très-incrusté.....	52

Du reste, M. A. Bréguet a reconnu dans ses expériences sur la détermination des constantes des courants voltaïques que la résistance R d'un vase poreux neuf pouvait atteindre jusqu'à 34 tours de son rhéostat, alors que cette résistance atteignait à peine 14 tours avec un vase poreux de même modèle incrusté. Mais, voici des expériences plus concluantes encore : ayant mesuré la force attractive d'une pile de 8 éléments Daniell dont les vases étaient incrustés, et l'ayant trouvée de 135 grammes, je mis, au lieu et place de ces vases poreux, des vases poreux neufs qui faisaient partie d'une pile servant seulement depuis trois semaines, la force attractive fut immédiatement réduite à 50 grammes. Deux mois plus tard, ayant fait la même substitution, je reconnus que cette force de 50 grammes se trouvait portée à 75 grammes ; mais alors les vases poreux qui étaient parfaitement

Digitized by Google

blancs lors des premières expériences, étaient recouverts de taches violettes indiquant des commencements d'incrustations lors des secondes expériences.

Comment la résistance R se trouva-t-elle diminuée avec des vases poreux incrustés? C'est ce qu'il est difficile d'apprécier à priori. Est-ce parce que le cuivre incrusté est meilleur conducteur que le vase poreux imbibé de sulfate de cuivre? Ou bien est-ce simplement par l'ouverture plus grande que ces incrustations donneraient aux pores de la porcelaine dégourdie? Il est probable que les deux causes doivent réagir; car en essayant des vases poreux dont le fond était enlevé et remplacé par une rondelle de cuivre, j'ai reconnu que l'intensité du courant arrivait presque immédiatement à son maximum, tandis qu'il n'en était pas ainsi avec des vases poreux ordinaires. Cependant, au bout de quelque temps les vases ordinaires fournissaient une intensité de courant presque équivalente à celle des vases poreux à fond de cuivre. Quoi qu'il en soit, un effet curieux qui résulte des incrustations des vases poreux, c'est que, plus ces vases sont incrustés, plus la force électro-motrice des éléments auxquels ils appartiennent est diminuée. On peut s'en convaincre en opposant pôle à pôle deux éléments semblables et en interposant entre eux un galvanomètre. Si les deux éléments sont également chargés et sont munis de vases poreux neufs, le galvanomètre restera généralement à zéro; mais si on change l'un des vases poreux et qu'on le remplace par un vase poreux incrusté, on voit immédiatement l'aiguille du galvanomètre dévier de quelques degrés sous l'influence du courant produit par l'élément dont le vase poreux est neuf. Sans doute, cette diminution est très-peu considérable, tellement peu considérable qu'elle peut être négligée; mais elle n'en montre pas moins un fait curieux qui mérite d'être signalé. Cette diminution de la

Digitized by Google

force électro-motrice vient-elle de la diminution de la résistance R, ou bien de la précipitation plus grande qui se fait alors du cuivre sur le zinc, ou bien encore de la plus grande facilité que rencontre le courant de l'élément neuf pour traverser le vase poreux incrusté (dans l'hypothèse de la superposition de deux courants contraires)? .....C'est une question que je n'ai pas encore suffisamment éclaircie.

La diminution de la conductibilité intérieure des piles entraîne quelquefois certains effets que l'on serait loin de soupçonner à priori. Parmi ces effets en voici un assez remarquable :

Ayant eu à ma disposition deux piles de Daniell, l'une de 16 éléments neufs, l'autre de 8 éléments qui avaient déja servi pendant un an, je voulus les grouper ensemble pour différentes expériences, et je ne tardai pas à reconnaître que la pile de 8 éléments avait à elle seule, non-seulement plus de force que la pile de 16 éléments, mais encore que la pile de 23 éléments dans laquelle elle figurait elle-même. Je dus rechercher les causes de cette anomalie et je fis à cet effet les expériences suivantes :

Je recherchai d'abord comment croissait la force de l'électro-aimant de ma balance magnétique avec 4, 8, 12 et 16 éléments de la pile neuve; puis j'examinai l'augmentation résultant de l'addition de ma pile de 8 éléments; enfin je mesurai la force produite par cette dernière pile livrée à elle-même. Voici les chiffres que j'ai trouvés :

Pile neuve.	Force attractive.
4 éléments.....	17 gram.
8 —	42 —
12 —	60 —
16 —	77 —
Piles neuve et vieille réunies, en tout	
23 éléments	132 gram.

Digitized by Google

Pile vieille seulement.

8 éléments..... 135 gram.

Ainsi, ma vieille pile de 8 éléments donnait à elle seule une force beaucoup plus grande que la pile de 16 éléments neufs et plus grande aussi que la pile de 23 éléments dans laquelle elle figurait elle-même. Je soupçonnai immédiatement que cette différence d'action devait être attribuée à une variation dans la résistance intérieure de la pile et pour m'en assurer je fis les expériences dont j'ai parlé précédemment. Comme la substitution de 8 des vases poreux de la pile neuve aux vases poreux de la vieille pile avait fait tomber la force attractive de ma balance magnétique de 135 grammes à 50 grammes, j'en conclus que, par l'effet des incrustations, la résistance R de ma vieille pile avait été diminuée dans le rapport de $\sqrt{135}$ à $\sqrt{50}$, c'est-à-dire de 1,7. Or, il s'agissait de savoir comment, en faisant intervenir cette donnée dans les formules de Ohm, il serait possible d'expliquer ces effets.

Si l'on considère que R représente la résistance intérieure de l'élément neuf, la formule exprimant l'intensité du courant sera représentée, pour la pile de 23 éléments, par :

$$I = \frac{23E}{23R + r}$$

Mais ces 23 R doivent être diminués de la quantité dont la conductibilité des 7 couples de la vieille pile a été augmentée. On aura donc :

$$I = \frac{23E}{16R + \frac{7R}{1,7} + r} = \frac{23E}{20,1R + r}.$$

D'un autre côté, l'intensité de la pile de 8 éléments dont la force électro-motrice n'a pas changé d'une manière

Digitized by Google

très-sensible, ainsi que nous l'avons dit et ainsi que l'a d'ailleurs reconnu M. Bréguet, sera représentée par :

$$I = \frac{8E}{\frac{8R}{1,7} + r}, \qquad \text{ou} \qquad I = \frac{8E}{4,7R + r}.$$

Or, il est facile de voir que, suivant la valeur de r par rapport à R, la valeur de I pourra être à l'avantage ou au désavantage de la pile de 23 éléments. En effet, si r est peu considérable, la diminution de la valeur de R pourra se faire sentir d'une manière très-marquée sur la fraction exprimant la valeur de I, tandis que, s'il est très-considérable, cette diminution pourra être insignifiante. Dans les expériences que j'ai rapportées, la valeur de r représentant le fil de l'électro-aimant de ma balance magnétique était équivalente à 3571 mètres de fil télégraphique, la valeur de R était égale à 1100 mètres du même fil, et la valeur de E rapportée à cette unité était, ainsi qu'on la vu, 5225. En substituant ces valeurs dans les formules précédentes et appelant I l'intensité du courant de la pile de 23 éléments, I′ l'intensité du courant de la pile de 8 éléments, on a :

$$I = \frac{23 \times 5225}{20,1 \times 1100 + 3571} = \frac{120175}{25681} = 4,68;$$

$$I' = \frac{8 \times 5225}{4,7 \times 1100 + 3571} = \frac{41800}{8741} = 4,78;$$

et l'on trouve ainsi que l'intensité du courant de la pile de 8 éléments (vieux) est plus considérable que celle du courant de la pile de 23 éléments, ainsi que l'expérience l'avait démontré.

Maintenant, si au lieu d'un électro-aimant présentant 3571 mètres de résistance on emploie un électro-aimant d'une résistance de 120 kilomètres, on trouve que :

Digitized by Google

$$I = \frac{23 \times 5225}{22110 + 120000} = 0,84;$$

tandis que

$$I' = \frac{8 \times 5225}{5170 + 120000} = 0,34,$$

ce qui est l'inverse du cas précédent. Aussi un télégraphe à cadran présentant une résistance de 120 kilomètres a-t-il pu fonctionner avec 400 kilomètres de résistance dans le circuit, en employant la pile de 23 éléments, tandis qu'il fonctionnait à peine à 100 kilomètres avec la pile de 8 éléments.

Les conclusions pratiques de ces expériences sont : 1° que les incrustations des vases poreux, quand elles n'empêchent pas leur perméabilité, sont avantageuses au point de vue de l'intensité du courant produit, mais en revanche elles occasionnent une plus grande dépense de sulfate du cuivre ; 2° que, pour des résistances de circuit peu considérables, il faut éviter de grouper ensemble des éléments d'une inégale résistance, ou, ce qui revient au même, des éléments neufs avec des éléments vieux, ce qui d'ailleurs n'a pas d'inconvénients avec des circuits très-résistants.

Autres moyens pour mesurer la valeur des constantes des courants voltaïques. — Quand il ne s'agit que de connaître la valeur comparative des constantes voltaïques, sans chercher à les relier l'une à l'autre par des rapports mathématiques, on peut employer des méthodes plus simples et matériellement plus exactes que celle déduite des lois d'Ohm.

D'abord, pour la détermination de la valeur de R, on peut employer la méthode que nous avons déjà indiquée, mais sous une forme plus rigoureuse et plus mathématique.

On oppose l'un à l'autre deux éléments A et B (fig. 3)

Digitized by Google

de la pile dont on veut mesurer la résistance; on interpose cette pile dans le circuit d'un élément quelconque P qui se trouve complété par l'un des fils d'un galvanomètre différentiel G. De cette même pile P on fait partir

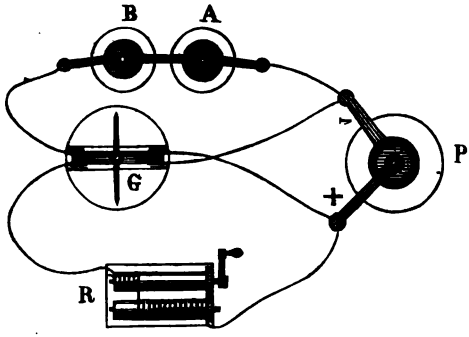

Fig. 3.

un second circuit passant par le second fil du galvanomètre G et dans lequel est interposé un rhéostat R. On s'arrange pour que les éléments opposés A et B soient bien de même force et puissent mutuellement paralyser leur action. Quand le courant de la pile P circule à travers les deux circuits, sans qu'aucune résistance ne soit opposée par le rhéostat, l'aiguille du galvanomètre différentiel dévie sous l'influence du courant G R P, parce qu'il est le plus fort, l'autre ayant à traverser les deux éléments de pile A et B; mais si on déroule de dessus le rhéostat une résistance suffisante pour que le galvanomètre différentiel reste à zéro, il faudra bien que cette résistance représente celle des deux éléments A et B. En divisant donc par deux la résistance ainsi obtenue, on aura la valeur de R.

La valeur de R, déterminée par M. A. Bréguet avec cette méthode, a été représentée par 12 tours de rhéostat, c'est-à-dire par $827^{m},5$ de fil télégraphique.

Digitized by Google

M. Wheatstone indique cinq manières de déterminer R avec le rhéostat; mais de ces différentes méthodes nous citerons seulement la suivante, qui est la plus simple :

On interpose sur le circuit de l'élément dont on veut mesurer la résistance un galvanomètre et un rhéostat ou tout autre appareil de résistance; puis, au moyen de cet appareil, on augmente suffisamment la résistance du circuit pour que l'aiguille du galvanomètre rétrograde d'un nombre quelconque de degrés, 5 par exemple, et vienne se fixer à un point M du cadran déterminé par ce nombre de degrés. On constate la résistance r nécessaire pour amener de nouveau cette aiguille à un point antérieur N; puis on la ramène en M en retirant cette résistance r. On dérive alors le courant entre les deux points d'attache du galvanomètre avec le circuit à l'aide du fil de résistance du rhéostat, et on développe à l'aide de cet instrument une résistance r, suffisante pour ramener de nouveau l'aiguille du galvanomètre au point N. Les formules des courants dérivés donnent ensuite la valeur de R.

En effet, appelons g la résistance du fil galvanométrique*, la formule de l'intensité du courant, quand l'aiguille

* Cette résistance peut s'obtenir de la manière suivante : on prend deux éléments de pile tout à fait égaux, et pour la force électro-motrice et pour la résistance; on en place un dans le circuit du galvanomètre, et on observe la déviation de l'aiguille. On interpose ensuite l'autre élément et on ramène l'aiguille au même point par le moyen du rhéostat. La longueur réduite du fil déroulé l sera la mesure de la résistance g plus celle des fils qui établissent la communication f. Que l'on retranche f de l, et la résistance g sera déterminée. On a en effet :

$$\frac{E}{R + f + g} = \frac{2E}{2R + f + g + l}, \quad \text{d'où} \quad g = l - f.$$

En employant deux galvanomètres, le problème pourrait être résolu plus simplement. Pour cela, on interpose les deux galvanomètres dans le circuit d'un élément de Daniell ; on note exactement la déviation du gal-

Digitized by Google

sera en M, sera représentée par la formule :

$$I = \frac{E}{R + g}.$$

et lorsqu'elle sera en N, elle sera représentée par :

$$I' = \frac{E}{R + g + r}.$$

Quand on aura fait la dérivation du courant, l'intensité de celui-ci à travers le galvanomètre sera, il est vrai, égale à I', mais elle sera représentée par la formule des courants dérivés, c'est-à-dire par

$$I' = \frac{Er'}{R(g + r') + gr'}.$$

De là l'équation :

$$\frac{E}{R + g + r} = \frac{Er'}{R(g + r') + gr'}$$

ou

$$R(g + r') + gr' = (R + g + r)r',$$

et, en effectuant,

$$Rg + Rr' + gr' = Rr' + gr' + rr',$$

ou

$$Rg = rr',$$

d'où

$$R = \frac{rr'}{g}. \qquad (20)$$

Comme les résistances $r\,r'$ sont connues, ainsi que la résistance g, on déduit de suite la valeur de R.

Pour la détermination de la force électro-motrice, la

vanomètre auxiliaire ; puis on enlève le galvanomètre dont on veut mesurer la résistance, et on le remplace par le rhéostat sur lequel on prend la résistance nécessaire pour obtenir sur le galvanomètre auxiliaire une déviation égale à la première : cette résistance représente celle du galvanomètre.

Digitized by Google

méthode expérimentale la plus simple et la plus rationnelle est celle de l'opposition des couples, imaginée par MM. Gaugain et J. Regnault. Elle consiste à opposer le courant de la pile dont on cherche la force électro-motrice à celui d'une pile thermo-électrique prise pour terme de comparaison et dont on augmente le nombre des éléments jusqu'à ce que les deux courants se trouvent complétement équilibrés, et par conséquent jusqu'à ce que le galvanomètre interposé indique zéro. L'élément thermo-électrique bismuth et cuivre d'une dimension convenue étant pris pour unité, le nombre d'éléments que l'on ajoute pour arriver à l'équilibre électrique fournit précisément l'expression numérique de la force électro-motrice. Cependant, comme pour certaines piles énergiques il faudrait une quantité considérable de couples thermo-électriques, M. J. Regnault emploie un élément de pile hydro-électrique supplémentaire d'une grande constance qui équivaut à lui seul à 60 couples thermo-électriques; de telle sorte que l'appoint de la résistance à opposer est seul fourni par les couples thermo-électriques. La pile que M. J. Regnault a choisie pour cela est une pile de la forme de celle de Daniell, dans laquelle le cuivre et le sulfate de cuivre sont remplacés par du cadmium et du sulfate de cadmium.

M. Wheatstone a imaginé aussi une méthode de détermination de la force électro-motrice fondée sur ce principe que, dans deux circuits produisant des effets rhéométriques égaux, la somme des forces électro-motrices divisée par la somme des résistances est une quantité constante. Car les équations

$$I = \frac{E}{R}, \qquad I' = \frac{E'}{R'},$$

entraînent, lorsque $I = I'$, la suivante :

Digitized by Google

$$\frac{E}{R} = \frac{E'}{R'}.$$

Si E et R croissent ou décroissent proportionnellement, I restera invariable. Connaissant donc le rapport des résistances dans deux circuits produisant le même effet, on pourra en déduire immédiatement celui des forces électro-motrices. Cependant, comme il est difficile dans plusieurs cas de déterminer la résistance totale se composant de résistances partielles de la pile du galvanomètre du rhéostat, etc., on peut avoir recours au procédé suivant :

Si l'on augmente la résistance du premier circuit d'une résistance connue r, la force du courant devient : $\frac{E}{R + r}$. Or, afin de conserver à l'action du second circuit cette même valeur, il faudra que la résistance ajoutée soit multipliée par le même facteur n qui multiplie les forces électro-motrices et les anciennes résistances ; car alors on aura :

$$\frac{E}{R + r} = \frac{nE}{nR + nr}.$$

Le rapport n des longueurs des résistances ajoutées r et rn, qui est connu immédiatement, conduit donc à celui des forces électro-motrices.

Dans l'expérience on procède ainsi : on interpose le rhéostat et le galvanomètre dans le circuit, et ensuite, au moyen du premier de ces instruments, en ajoutant, s'il est nécessaire, des bobines de résistance, on ajoute une résistance suffisante pour amener l'aiguille du galvonomètre exactement à 45°. On constate ensuite la longueur de fil qu'il faut dérouler de dessus le cylindre du rhéostat pour réduire la déviation à 40 degrés. Le nombre des tours donne la mesure de la force électro-motrice en pre-

Digitized by Google

nant pour unité le nombre correspondant au cas où l'élément voltaïque pris pour terme de comparaison était seul employé.

Maxima des intensités des courants voltaïques. — Comment, dans chaque cas particulier, doit-on disposer une pile donnée pour qu'elle produise le plus grand effet possible? Telle est la question à laquelle Ohm répond de la manière suivante :

« Pour résoudre ce problème, dit-il, nous admettrons que l'on ait une surface déterminée de cuivre et de zinc avec laquelle on puisse à volonté former ou un grand couple unique ou un nombre quelconque de couples plus petits. Nous supposerons, en outre, que le liquide placé entre les deux métaux reste toujours le même et qu'il présente toujours la même résistance.

« Soit r la résistance du conducteur extérieur, R la résistance intérieure de la pile disposée de manière à ne former qu'un seul élément, et E sa force électro-motrice pour la même disposition. Si l'on vient à composer avec cet appareil une pile de n éléments, la force électro-motrice de celle-ci sera nE, et la résistance de chacun des éléments n R, puisque étant n fois plus petits que l'élément unique, chacun de ces petits éléments présente une résistance n fois plus grande. Par conséquent, pour n éléments la résistance totale sera n^2R, et la formule (n° 3) deviendra :

$$I = \frac{nE}{n^2 R + r}. \qquad (21)$$

« Or, le calcul différentiel montre que cette expression atteint sa valeur maximum $\frac{E}{2\sqrt{r \cdot R}}$ (22)

quand

Digitized by Google

$$n = \sqrt{\frac{r}{R}}\ *.$$

« On voit par là que la forme la plus avantageuse qu'on puisse donner à une pile est celle d'un élément tant que r n'est pas plus grand que R, et qu'il faut au contraire donner la préférence à une pile composée quand r est plus grand que R. Pour obtenir le plus grand effet utile, il faut employer 2 éléments quand r est 4 fois plus grand que R, 3 éléments quand r est 9 fois plus grand que R, 4 éléments quand r est 16 fois plus grand que R, et ainsi de suite. »

Ces déductions d'Ohm ont besoin d'être expliquées; car il ne faudrait pas croire que les deux, trois, quatre, etc., éléments dont il est question soient des éléments ordinaires et de grandeur égale : ils sont au contraire très-différents les uns des autres, puisque, pour établir les lois des maxima, il a fallu admettre qu'un élément unique à grande surface de résistance R pouvait se diviser en n petits éléments chacun de résistance nR. Quand Ohm dit

* En effet, pour que l'expression $\frac{nE}{n^2R+r}$ atteigne son maximum, il faut que

$$(n^2 R + r)E - nE(2nR) = 0,$$

ou que

$$n^2 R + r - 2n^2 R = 0;$$

et l'on tire de cette équation :

$$r = 2n^2 R - n^2 R = n^2 R,$$

d'où

$$n = \sqrt{\frac{r}{R}}.$$

Mettant cette valeur de n dans la formule $\frac{nE}{n^2R+r}$, on a :

$$_{\text{maxi.}} = \frac{E\sqrt{\frac{r}{R}}}{\frac{rR}{R} + r} = \frac{E\sqrt{\frac{r}{R}}}{2r} = \frac{E\sqrt{r}}{2r\sqrt{R}} = \frac{Er}{2r\sqrt{R.r}} = \frac{E}{2\sqrt{R.r}}.$$

Digitized by Google

que, pour une résistance $r = 4R$, il faut deux éléments à la pile, il veut donc parler de deux éléments construits de telle façon que la résistance intérieure de chacun d'eux soit égale à $2R$. Quand il parle de trois éléments, ce sont des éléments dont la résistance intérieure est égale à $3R$, etc.; et on conçoit qu'il doit en être ainsi, puisque la formule $\frac{nE}{nR + r}$ ne pourrait devenir $\frac{nE}{n^2R + r}$ si R ne se trouvait pas affecté primitivement par le facteur n. Si on voulait rapporter à des éléments ordinaires et invariables les conditions de maximum dont il a été question, il faudrait s'arranger de manière que la valeur de r fût égale à 4, 9, 16 fois celle de R augmentée de la quantité qui manque au terme nR de la formule ordinaire des piles pour correspondre à n^2; c'est-à-dire $(4 - 2)$ pour le cas où la valeur déterminée de n est 2; $(9 - 3)$ quand cette valeur est 3; $(16 - 4)$ quand cette valeur est 4, etc., etc., de telle sorte qu'on peut dire d'une manière générale : 1° qu'on doit employer un élément d'une pile quelconque quand la résistance extérieure r est égale à la résistance intérieure du couple simple que l'on emploie; 2° qu'il faut employer deux éléments quand $r = 4R + (4R - 2R)$ ou $6R$; 3° qu'il faut en prendre 3 quand $r = 9R + (9R - 3R)$ ou $15R$; 4° enfin qu'il faut en employer 4 quand $r = 16R + (16R - 4R)$ ou $28R$, etc.

En effet, si on cherche la valeur de I avec des accouplements faits dans ces conditions, on trouve :

1° Pour deux éléments :

$$I = \frac{2E}{2R + 6R} = \frac{E}{4R};$$

2° Pour trois éléments :

$$I = \frac{3R}{3R + 15R} = \frac{E}{6R};$$

Digitized by Google

3° Pour quatre éléments :

$$I = \frac{4E}{4R + 28R} = \frac{E}{8R}, \text{ etc.}$$

Or, la formule de l'intensité maximum $I = \frac{E}{2\sqrt{R.r}}$ donne pour ces différents accouplements :

$$1^\circ \quad I = \frac{E}{2\sqrt{R.4R}} = \frac{E}{2\sqrt{4R^2}} = \frac{E}{4R};$$

$$2^\circ \quad I = \frac{E}{2\sqrt{R.9R}} = \frac{E}{6R};$$

$$3^\circ \quad I = \frac{E}{2\sqrt{R.16R}} = \frac{E}{8R};$$

valeurs qui correspondent bien à celles qui précèdent.

Nous verrons bientôt une manière plus pratique de déterminer le groupement le plus avantageux d'une pile suivant les différentes valeurs de r par rapport à R.

Si le courant, circulant à travers le circuit extérieur r, peut être employé à produire un effet utile, soit en constituant l'hélice magnétisante d'un électro-aimant, soit en réagissant sur des appareils électro-chimiques, il pourra être utilisé dans des conditions plus ou moins favorables, suivant la disposition de la pile par rapport à la résistance opposée par ce circuit; et le maximum d'effet utile, c'est-à-dire la plus grande valeur possible de r, sera obtenu, ainsi que l'a démontré, le premier, M. Jacobi, quand la résistance du circuit extérieur sera égale à la résistance intérieure de la pile. En effet, si dans l'équation $I = \frac{nE}{n^2R + r}$ le maximum est atteint quand $n = \sqrt{\frac{r}{R}}$, il sera également atteint quand $n^2R = r$,

Digitized by Google

car cette dernière expression est une transformation de $n = \sqrt{\frac{r}{R}}$, faite de manière à isoler r; or, n^2R représente, comme nous l'avons dit, la résistance intérieure de la pile. On peut, du reste, s'assurer de l'exactitude de cette condition de maximum en introduisant la valeur n^2R au lieu et place de r dans la formule $I = \frac{nE}{n^2R + r}$ qui devient $I = \frac{E}{2nR}$. Or, dans le cas où la résistance extérieure est égale à la résistance intérieure de la pile, l'intensité maximum, pour un arrangement convenable de la pile, est $\frac{E}{2\sqrt{n^2R^2}}$ ou $\frac{E}{2nR}$, qui est bien la même que celle que nous avons obtenue précédemment.

Ces conditions de maximum ont permis à M. Jacobi de comparer d'une manière tout à fait rigoureuse la puissance relative des différentes piles, comme on le verra plus loin, et de poser la loi fondamentale de la construction des électro-aimants par rapport aux piles, comme on l'a vu dans notre *Étude du magnétisme*, page 164.

Si on étudie la formule $\frac{nE}{nR + r}$ sans se reporter aux conditions de maximum relatives à n, il est facile de voir qu'elle ne peut, par elle-même, fournir d'autre maximum que celui qui résulterait de la réduction de la résistance r à zéro. Mais, si r est considéré comme produisant un effet utile, ce qui a lieu dans les électro-aimants, il n'en est plus de même, car la force électro-magnétique qui en résulte dépend à la fois de l'intensité du courant, du nombre de tours de spires de l'hélice ou de r, et de l'action exercée par l'électro-aimant sur l'armature, trois actions qui doivent être combinées ensemble dans la même

Digitized by Google

formule* et qui transforment la formule primitive exprimant l'intensité du courant en $\frac{n^2 E^2 r}{(nR+r)^2}$; alors cette expression devient susceptible d'un maximum, car elle a pour dérivée :

$$\frac{n^2 E^2}{(nR+r)^2} - \frac{2 n^2 E^2 r}{(nR+r)^3},$$

ou

$$\frac{n^2 E^2 (nR + r - 2r)}{(nR+r)^3} \quad \text{ou} \quad \frac{n^2 E^2 (nR - r)}{(nR+r)^3},$$

et pour que cette expression soit zéro, c'est-à-dire, pour le maximum, il faut que $nR = r$.**

Si on considère la manière dont le maximum est obtenu par la disposition de la pile déduite de la formule d'Ohm, $n = \sqrt{\frac{r}{R}}$, on reconnaît que l'opération revient précisément à augmenter ou à diminuer la grandeur des éléments de la pile, et à augmenter ou à dimi-

* On sait que, pour une même intensité du courant, la force électro-magnétique est proportionnelle au carré du nombre de tours de spires de l'hélice, et que, pour un même nombre de ces spires, cette force est proportionnelle au carré de l'intensité du courant.

** MM. Caël et Lemoyne ont inséré dans les *Annales télégraphiques* deux notes intéressantes sur cette question des maxima par rapport à l'action de la résistance r sur la force des électro-aimants. (Voir *Annales télégraphiques*, t. II, p. 165 et 255.) Au fond, leur procédé d'analyse mathématique est le même que celui que nous venons d'exposer, et les déductions des formules sont également les mêmes; mais ils font entrer dans ces formules plusieurs facteurs qui, étant déterminés numériquement, peuvent être d'une certaine utilité dans la pratique. Ainsi, en appelant l la longueur de la bobine, $2r$ le diamètre du fer doux, a l'épaisseur du fil enveloppant, x son diamètre, y le nombre de tours de chaque couche, q le produit par π du coefficient de résistance du fil de la bobine, F la force électro-motrice de la pile, R la résistance de la pile et de la ligne, R′ celle de l'électro-aimant, on obtient l'effet maximum quand R′ ou $\frac{q y^4 a (2r+a)}{l^3}$ est égal à R. Or, si on substitue dans cette équation les valeurs adoptées dans la pratique pour l, pour a et pour r, qui sont $l = 0{,}120$,

Digitized by Google

nuer leur nombre jusqu'à ce que la résistance intérieure de cette pile devienne égale à la résistance du circuit extérieur. En effet, si nous prenons l'exemple $n = 3$, d'après ce que nous avons vu page 58, r doit être égal à 9 R; or, pour que la pile soit dans les conditions voulues,

$a = 0{,}012$, $r = 0{,}006$, et que l'on prenne pour valeur de x les diamètres réels des fils à enrouler, qui sont les suivantes :

	m.m.			m.m.			
Fil n° P	0,58	qui occupe un	espace de	0,77	dont le rapport des	sections	est 0,56
— n° 12	0,49	—	—	0,65	—	—	0,56
— n° 16	0,40	—	—	0,55	—	—	0,53
— n° 20	0,35	—	—	0,48	—	—	0,53
— n° 24	0,27	—	—	0,40	—	—	0,45
— n° 28	0,22	—	—	0,33	—	—	0,44
— n° 32	0,14	—	—	0,23	—	—	0,36

on obtient :

1° Quand $x = 0^m{,}00077$ (fil P),
$y = 156$,
Nombre total des tours $n = 156 \times 15 = 2340$,
$R = 1476$ mètres;

2° Quand $x = 0^m{,}00065$ (fil n° 12)
$y = 184$,
$n = 184 \times 18 = 3312$,
$R = 2856$ mètres;

3° Quand $x = 0^m{,}00055$ (fil n° 16),
$y = 218$,
$n = 218 \times 22 = 4796$,
$R = 5949$ mètres;

4° Quand $x = 0^m{,}00048$ (fil n° 20),
$y = 250$,
$n = 250 \times 25 = 6250$,
$R = 10290$ mètres;

5° Quand $x = 0^m{,}00040$ (fil n° 24),
$y = 300$,
$n = 300 \times 30 = 9000$,
$R = 25103$ mètres;

6° Quand $x = 0^m{,}00033$ (fil n° 28),
$y = 364$,
$n = 364 \times 36 = 13104$,
$R = 55700$ mètres;

7° Quand $x = 0^m{,}00023$ (fil n° 32),
$y = 522$,
$n = 522 \times 52 = 27144$,
$R = 287090$ mètres.

Digitized by Google

il faut que la résistance intérieure de chaque élément soit égale à 3R, et il en résulte que la résistance totale de la pile entière de 3 éléments devient égale à 9R, précisément le chiffre de la résistance r.

Les conditions favorables de groupement des éléments de pile ne consistent pas seulement à les réunir en quantité ou en tension suivant les valeurs plus ou moins grandes de r; on peut les disposer *par séries*, c'est-à-dire par *groupes*, composés chacun de plusieurs éléments réunis en quantité, et composer ainsi, avec une pile d'un certain nombre d'éléments à petite surface, une pile d'un moins grand nombre d'éléments, il est vrai, mais de dimensions plus grandes et telles qu'on peut les désirer. Quels sont les cas où ce système doit être employé de préférence aux deux autres? C'est ce que nous allons chercher à établir en partant des formules que nous connaissons.*

Soit b un certain nombre d'éléments groupés en quantité, et ne formant conséquemment qu'un seul élément. L'intensité du courant fourni sera, d'après la formule d'Ohm, représentée par $I = \frac{bE}{R + br}$, E représentant la force électro-motrice de la pile, R la résistance du circuit intérieur d'un élément, et r la résistance du circuit extérieur. Or, si on groupe en tension un nombre a de ces éléments multiples, l'intensité totale sera $I = \frac{abE}{aR + br}$ ou, si nous appelons n le nombre total des éléments,

$$I = \frac{nE}{aR + br}. \qquad (23)$$

D'après l'inspection de cette formule, il est facile de

* Voir les notes E et F à la fin du volume.

Digitized by Google

voir que, suivant la valeur de r relativement à R et à nR, on pourra avoir avantage ou désavantage au mode de groupement par séries, et qu'il existera par suite deux limites où l'intensité du courant fourni par la pile disposée en séries sera la même que celle du courant fourni par la pile disposée toute en tension ou toute en quantité. Pour trouver ces deux limites, il suffira d'égaliser successivement la formule précédente aux formules générales $I = \frac{nE}{nR + r}$ et $I = \frac{nE}{R + nr}$ qui donnent les intensités correspondantes aux groupements de la pile en tension et en quantité, et de tirer de ces équations la valeur de r. Or, de l'équation

$$\frac{nE}{aR + br} = \frac{nE}{nR + r} \quad \text{on tire} \quad r = \frac{R(n - a)}{b - 1}; \qquad (24)$$

et de l'équation

$$\frac{nE}{aR + br} = \frac{nE}{R + nr} \quad \text{on tire} \quad r = \frac{R(a - 1)}{n - b}. \qquad (25)$$

Par conséquent, l'on peut déjà conclure : 1° que si l'on compare l'intensité du courant fourni par une pile disposée en séries à l'intensité du courant fourni par la même pile disposée en tension, la limite de la valeur de r, vers laquelle ces deux intensités deviendront égales, sera atteinte quand $r = \frac{R(n - a)}{b - 1}$; 2° que si l'on compare l'intensité du courant de la pile disposée en séries à celle du courant de la même pile disposée en quantité, cette limite sera obtenue quand $r = \frac{R(a - 1)}{n - b}$.

Ces deux formules sont susceptibles d'être réduites, car si on remplace le facteur n, qui s'y trouve introduit, par sa valeur $a \times b$, elles deviennent successivement :

Digitized by Google

$$1^\circ \quad r = \frac{R(n-a)}{b-1} = \frac{R(ab-a)}{b-1} = \frac{Ra(b-1)}{b-1} = Ra;$$

$$2^\circ \quad r = \frac{R(a-1)}{n-b} = \frac{R(a-1)}{ab-b} = \frac{R(a-1)}{b(a-1)} = \frac{R}{b};$$

et si on remplace a, dans la formule $r = Ra$, par sa valeur $\frac{n}{b}$, on a en définitive pour dernières limites de la valeur de r, auxquelles on peut avoir avantage à employer le groupement en séries, $\frac{nR}{b}$ et $\frac{R}{b}$. A ces limites, en effet, le mode de groupement de la pile en tension ou en quantité donne la même valeur pour I que le groupement en séries comme le montrent les calculs suivants :

1° Valeur de I, la pile étant disposée entièrement en tension et r étant égal à $\frac{nR}{b}$:

$$I = \frac{nE}{nR + \frac{nR}{b}} = \frac{nEb}{nRb + nR} = \frac{Eb}{R(b+1)};$$

2° Valeur de I, la pile étant disposée en séries, r étant toujours égal à $\frac{nR}{b}$:

$$I = \frac{nE}{aR + b \times \frac{nR}{b}} = \frac{nEb}{baR + nRb} = \frac{Eb}{R(1+b)};$$

3° Valeur de I, la pile étant disposée entièrement en quantité, r étant égal à $\frac{R}{b}$:

$$I = \frac{nE}{R + \frac{nR}{b}} = \frac{nEb}{Rb + nR} = \frac{nEb}{R(n+b)};$$

4° Valeur de I, la pile étant disposée en séries, r étant égal à $\frac{R}{b}$:

Digitized by Google

$$I = \frac{nE}{aR + \frac{bR}{b}} = \frac{nEb}{abR + bR} = \frac{nEb}{(n+b)R}.$$

Maintenant si, dans les formules $r = \frac{nR}{b}$, $r = \frac{R}{b}$, nous faisons successivement b égal à 2, 3, 4, 5, 6, etc..., enfin à $\sqrt{n}$, les valeurs limites de r deviennent $\frac{nR}{2}$ et $\frac{R}{2}$; $\frac{nR}{3}$ et $\frac{R}{3}$; $\frac{nR}{4}$ et $\frac{R}{4}$, etc..., et enfin $R\sqrt{n}$ et $\frac{R}{\sqrt{n}}$, ce qui montre : 1° que l'accouplement des piles par éléments doubles ne présente d'avantages sur les autres systèmes d'accouplement que quand r est inférieur à $\frac{nR}{2}$ et supérieur à $\frac{R}{2}$; 2° que l'accouplement par éléments triples n'est avantageux que quand $r < \frac{nR}{3}$ et $> \frac{R}{3}$; 3° que l'accouplement par éléments quadruples ne doit être adopté que quand $r < \frac{nR}{4}$ et $> \frac{R}{4}$, etc., etc.

Ces principes une fois posés, voyons comment ils sont susceptibles d'être appliqués dans la pratique.

Soit une pile de Daniell de 36 éléments, et cherchons les différentes limites de r avec les acccouplements de ces 36 éléments par groupes de 2, de 3, de 4, etc.

Pour l'accouplement par 2 on aura :

pour 1re limite, $r = \frac{36 \times 4552}{2} = 14400$ mètres de fil télégraphique;

pour 2e limite, $r = \frac{800}{2} = 400$ id.

Pour l'accouplement par 3 :

pour 1re limite, $r = \frac{36 \times 4552}{3} = 9600$ mètres;

Digitized by Google

pour 2e limite, $r = \frac{800}{3} = 266$ mètres.

Pour l'accouplement par 4 :

pour 1re limite, $r = \frac{36 \times 4552}{4} = 7200$ mètres ;

pour 2e limite, $r = \frac{800}{4} = 200$ id.

Pour l'accouplement par 6 ou par $\sqrt{n}$:

pour 1re limite, $r = \frac{36 \times 4552}{6} = 4800$ mètres ;

pour 2e limite, $r = \frac{800}{6} = 133$ id.

Il va sans dire que c'est seulement en deçà de ces limites qu'on peut obtenir les avantages fournis par ce mode de groupement, et ces avantages sont d'autant plus marqués que les valeurs de r s'éloignent davantage de ces limites, ou, ce qui revient au même, se rapprochent davantage de celle de R. Prenons pour exemple une résistance de 10,000 mètres. Cette résistance, avec la pile de 36 éléments de Daniell, étant comprise entre les deux limites 14,400 mètres et 9,600 mètres, c'est au groupement par éléments doubles qu'il faudra avoir recours. Or, la valeur de I dans ce cas sera :

$$I = \frac{36 \times 4552}{18 \times 800 + 2 \times 10000} = 4,8.$$

Si les éléments avaient été tous disposés en tension, on aurait eu :

$$I = \frac{36 \times 4552}{36 \times 800 + 10000} = 4,2.$$

Avec une résistance r égale à 12,000 mètres, I n'aurait plus été que 4,3, la pile étant disposée en séries.

Après avoir ainsi déterminé les limites en deçà des-

Digitized by Google

quelles on a avantage à disposer les éléments de la pile par groupes ou en séries, il devient nécessaire de déterminer les valeurs de b et de a pour correspondre au maximum d'effet avec une résistance r donnée.

Pour cela, nous nous rappellerons que, pour obtenir le maximum d'effet utile de la part d'une pile, il faut que la résistance du circuit extérieur soit égale à la résistance totale de la pile. Conséquemment, la valeur maximum de I dans la formule $\frac{n\mathrm{E}}{a\mathrm{R} + br}$ sera atteinte quand $a\mathrm{R}$ sera égal à br. Mais cette expression $a\mathrm{R} = br$ représente une proportion dans laquelle le produit des extrêmes a été égalisé au produit des moyens et qui peut être développée ainsi qu'il suit :

$$a : b :: r : \mathrm{R},$$

d'où

$$\frac{a}{b} = \frac{r}{\mathrm{R}}.$$

r et R étant connus, le rapport $\frac{r}{\mathrm{R}}$ sera également connu, et si nous l'exprimons par p, on pourra poser l'équation :

$$\frac{a}{b} = p;$$

et comme $a \times b = n$, on pourra déterminer la valeur de a et de b, n étant donné. On a effectivement, en remplaçant dans la première équation a ou b par leur valeur tirée de la seconde,

$$\frac{n}{b^2} = p, \quad \text{d'où} \quad b = \sqrt{\frac{n}{p}} = \sqrt{\frac{n\mathrm{R}}{r}}, \tag{26}$$

ou

$$\frac{a^2}{n} = p, \quad \text{d'où} \quad a = \sqrt{np} = \sqrt{\frac{nr}{\mathrm{R}}}. \tag{27}$$

De cette manière, le groupement de la pile se trouve déterminé directement dans les conditions de maximum.

Digitized by Google

Si on cherche ce que devient la valeur de I dans l'hypothèse de $a\mathrm{R} = br$, on trouve :

$$\mathrm{I} = \frac{n\mathrm{E}}{2a\mathrm{R}} = \frac{b\mathrm{E}}{2\mathrm{R}}, \quad \text{ou} \quad \mathrm{I} = \frac{n\mathrm{E}}{2br} = \frac{a\mathrm{E}}{2r};$$

de sorte que si $a = n$, ce qui suppose $b = 1$, la valeur de I se trouve être $\frac{n\mathrm{E}}{2r}$, qui correspond précisément à la valeur de I tirée de l'équation $\mathrm{I} = \frac{n\mathrm{E}}{n\mathrm{R} + r}$, dans laquelle $r = n\mathrm{R}$.

Quand $r = \mathrm{R}$, on obtient le maximum de l'intensité du courant de la pile, en disposant celle-ci de façon que le nombre des éléments en tension soit égal au nombre des éléments (en quantité) de chaque groupe, ou, en d'autres termes, en faisant que a et b aient pour expression $\sqrt{n}$. Dans ce cas, en effet, la formule générale $\frac{n\mathrm{E}}{a\mathrm{R} + br}$ devient successivement :

$$\mathrm{I} = \frac{n\mathrm{E}}{\mathrm{R}\sqrt{n} + \mathrm{R}\sqrt{n}} = \frac{n\mathrm{E}}{2\mathrm{R}\sqrt{n}} = \frac{\mathrm{E}\sqrt{n}}{2\mathrm{R}} \text{ ou } \frac{\mathrm{E}\sqrt{n}}{2r}.$$

Or, cette expression représente la valeur de I dans les conditions de maximum, quand, dans l'équation d'Ohm $\frac{n\mathrm{E}}{n^2\mathrm{R} + r}$, on fait intervenir un facteur s dépendant de la surface de l'élément de la pile, et que n est considéré comme représentant $\sqrt{n}$. Cette formule devient alors $\frac{n\mathrm{E}s}{n^2\mathrm{R} + rs}$, et cette valeur atteint son maximum quand $r = \frac{n^2\mathrm{R}}{s}$, ou quelle devient $\frac{\mathrm{E}\sqrt{s}}{2\sqrt{\mathrm{R}.r}}$. Or, si dans cette dernière équation on remplace s par sa valeur tirée de l'équation $r = \frac{n^2\mathrm{R}}{s}$, on a :

Digitized by Google

$$I^{\text{maximum}} = \frac{E\sqrt{\frac{n^2 R}{r}}}{2\sqrt{R.r}} = \frac{En\sqrt{R}}{2r\sqrt{R}} = \frac{nE}{2r}\,^{*}.$$

Le calcul suivant pourra donner une idée des avantages du mode de groupement des piles en séries dans ces conditions de maximum.

Supposons que l'on ait une pile de Daniell composée de 16 éléments et que $r = 800$ mètres; l'intensité du courant pour un groupement des éléments dans lequel a et b seront égaux sera représentée par

$$I = \frac{4 \times 4 \times 4552}{4 \times 800 + 4 \times 800} = 11{,}4.$$

Or, la même pile disposée en tension ou en quantité donnerait :

$$I = \frac{16 \times 4552}{16 \times 800 + 800} = 5{,}35.$$

La règle générale à suivre pour savoir quelle disposition on doit donner à une pile d'un nombre d'éléments donné avec une résistance de circuit également donnée peut être formulée de la manière suivante :

1° Quand r est plus grand que R :

On cherche les limites des différents groupements de la pile en divisant successivement la résistance totale des n éléments qui la composent par 2, 3, 4, etc., jusqu'à ce que l'on arrive à avoir deux quantités entre lesquelles la résistance donnée est comprise, et le chiffre du diviseur de la résistance totale de la pile qui correspond à la plus grande de ces deux quantités indique le nombre des éléments réunis en quantité qui doivent composer chaque groupe.

* Nous verrons plus tard, p. 78 le développement de cette proposition.

Digitized by Google

2° Quand r est plus petit que R :

On divise la résistance d'un élément de la pile par 2, par 3, par 4, etc., jusqu'à ce que l'on obtienne deux quantités entre lesquelles la valeur de r se trouve comprise, le chiffre du diviseur correspondant à la plus petite de ces deux quantités indique le nombre des éléments en quantité qui doivent composer chaque groupe.

3° Quand les quotients des divisions dont je viens de parler n'atteignent pas le chiffre de la résistance r, alors que la valeur de b atteint sa valeur minimum ou maximum, c'est-à-dire 2 ou $\frac{n}{2}$, le groupement par séries ne présente aucun avantage, et la pile doit être disposée toute en tension ou toute en quantité.

4° Quand le diviseur, qui fournit le chiffre des éléments de chaque groupe, ne divise pas exactement le nombre n des éléments de la pile, les quantités limites doivent être reculées jusqu'à ce que les diviseurs correspondant à ces quantités divisent exactement le nombre n. On choisit alors pour chiffre des éléments de chaque groupe le diviseur qui se rapproche le plus de celui qu'on aurait choisi s'il avait pu diviser exactement le nombre n.

Déductions pratiques des formules d'Ohm. — Si nous discutons les formules d'Ohm en faisant varier leurs différents termes, nous arriverons à des déductions curieuses, qui ont une extrême importance dans la pratique.

On voit d'abord que l'influence contraire de la résistance intérieure de la pile se fait particulièrement sentir dans les circuits dérivés. En effet, la formule $I = \frac{nE}{nR + r}$ devient dans le cas de deux dérivations égales du courant, et pour chaque dérivation :

$$I' = \frac{nEr}{nR(r+r) + r \times r} = \frac{nEr}{2nRr + r^2} = \frac{nE}{2nR + r}. \quad (28)$$

Digitized by Google

Par conséquent, plus la résistance intérieure de la pile sera grande, plus il y aura d'inconvénients à pratiquer, sur le circuit parcouru par le courant qu'elle émettera, des dérivations, et il pourra même se faire, dans le cas d'une pile très-résistante, qu'on ait avantage à placer sur le même circuit deux ou plusieurs appareils électro-magnétiques plutôt que de les interposer sur des circuits différents issus des pôles mêmes de la pile. En effet, appelons r' la résistance du fil de l'électro-aimant de ces appareils, que nous supposerons semblables. Dans le cas de leur interposition sur un même circuit, l'intensité du courant sera :

$$I = \frac{nE}{nR + r + 2r'}.$$

Dans le cas d'une double dérivation, cette intensité sera :

$$I' = \frac{nE}{2nR + r + r'}.$$

Or, il est facile de voir que, suivant que r' sera plus fort ou moins fort par rapport à nR, la plus grande intensité du courant sera fournie par l'une ou l'autre de ces deux formules.

Supposons d'abord qu'il s'agisse d'une pile de Daniell de 8 éléments, et que les deux appareils interposés aient une résistance de 2,200 mètres de fil télégraphique, les formules précédentes seront :

1° Pour le cas où les deux appareils sont interposés sur le même circuit :

$$I = \frac{8 \times 4552}{8 \times 800 + 2 \times 2200} = \frac{36416}{10800} = 3,37.$$

2° Pour le cas où les deux appareils sont interposés dans deux dérivations du circuit :

Digitized by Google

$$I' = \frac{8 \times 4552}{16 \times 800 + 2200} = \frac{36416}{15000} = 2,43.$$

Voilà pourquoi la force d'un électro-aimant qui tombe de 200 grammes à 70 grammes, quand il passe d'un circuit simple dans un circuit composé, présentant deux dérivations d'égale résistance, ne tombe que de 200 à 100, quand il passe d'un circuit simple à un circuit augmenté du double de sa résistance.

Mais si au lieu d'une pile de Daniell de 8 éléments on eût pris une pile de 1 élément, ou mieux une pile de Bunsen de 1 élément, l'inverse aurait eu lieu. En effet, les formules auraient été alors :

Dans le premier cas :

$$I = \frac{9257}{194 + 4400} = 2,25.$$

Dans le second cas :

$$I' = \frac{9257}{2 \times 194 + 2200} = 3,58.$$

Si nous faisons maintenant varier la valeur de r' et que nous la réduisons à 50 mètres, nous trouverons, avec la pile de Daniell de 8 éléments :

1° $$I = \frac{8 \times 4552}{8 \times 800 + 100} = \frac{36416}{6500} = 5,60;$$

2° $$I' = \frac{8 \times 4552}{16 \times 800 + 50} = \frac{36416}{12850} = 2,9;$$

et avec la pile de Bunsen de 1 élément :

1° $$I = \frac{9257}{194 + 100} = \frac{9257}{294} = 31,50;$$

2° $$I' = \frac{9257}{388 + 50} = \frac{9257}{438} = 21,15.$$

Alors, dans les deux cas, les dérivations fournissent le

Digitized by Google

courant le plus faible. Si on porte à 120,000 mètres cette valeur de r', les formules deviennent, pour la pile de Daniell :

$$1^\circ \qquad I = \frac{36416}{6400 + 240000} = \frac{36416}{246400} = 0,15;$$

$$2^\circ \qquad I' = \frac{36416}{12800 + 120000} = \frac{36416}{132800} = 0,27;$$

pour la pile de Bunsen :

$$1^\circ \qquad I = \frac{9257}{194 + 240000} = \frac{9257}{240194} = 0,0385;$$

$$2^\circ \qquad I' = \frac{9257}{388 + 120000} = \frac{9257}{120388} = 0,0769.$$

Et, dans les deux cas, l'avantage reste aux dérivations.

Enfin si nous cherchons les formules représentant l'intensité du courant avec 3, 4, 5 dérivations du courant, on trouve pour chacune d'elles, en opérant ainsi que nous l'avons indiqué page 25 :

$$I' = \frac{nEbc}{nR(bc + ac + ab) + abc};$$

$$I'' = \frac{nEac}{nR(bc + ac + ab) + abc};$$

$$I''' = \frac{nEab}{nR(bc + ac + ab) + abc};$$

et pour le circuit total :

$$I = \frac{nE(bc + ac + ab)}{nR(bc + ac + ab) + abc}.$$

Or, en supposant toutes les dérivations de même résistance, les valeurs de I', I'', I''' deviennent égales et se trouvent représentées par :

$$I' = \frac{nEr^2}{3nRr^2 + r^3} = \frac{nE}{3nR + r}.$$

Par des calculs analogues on trouverait, pour 4, 5, 6 dérivations égales du circuit, les formules :

Digitized by Google

$$I'' = \frac{nE}{4nR + r}, \quad I''' = \frac{nE}{5nR + r}, \quad I'''' = \frac{nE}{6nR + r}, \text{ etc.};$$

et si l'on substitue à ces expressions des valeurs numériques, on trouvera qu'une pile de Bunsen de 2 éléments pourra fournir, sans perte d'intensité très-sensible, avec une résistance r égale à 6,600 mètres, un certain nombre de dérivations. On a en effet :

Pour 2 dérivations..... $I = \frac{2 \times 9257}{2 \times 2 \times 195 + 6600} = 2,51;$

Pour 3 dérivations..... $I' = \frac{2 \times 9257}{3 \times 2 \times 195 + 6600} = 2,38;$

Pour 4 dérivations..... $I'' = \frac{3 \times 9257}{4 \times 2 \times 195 + 6600} = 2,27;$

Pour 5 dérivations..... $I''' = \frac{2 \times 9257}{5 \times 2 \times 195 + 6600} = 2,17.$

Avec une pile de Daniell de 8 éléments, il n'en aurait pas été de même ; on aurait eu :

1° Pour 2 dérivations.... $I = \frac{8 \times 4552}{2 \times 8 \times 800 + 6060} = 1,87;$

2° Pour 3 dérivations.... $I' = \frac{8 \times 4552}{3 \times 8 \times 800 + 6600} = 1,41;$

3° Pour 4 dérivations.... $I'' = \frac{8 \times 4552}{4 \times 8 \times 800 + 6600} = 1,13;$

4° Pour 5 dérivations.... $I''' = \frac{8 \times 4552}{5 \times 8 \times 800 + 6600} = 0,94.$

Les conclusions pratiques de ce qui précède sont : 1° que généralement deux ou plusieurs dérivations d'un courant ne conduisent pas individuellement ce courant avec une intensité égale à celle qu'il possède dans un circuit unique, quand bien même ces dérivations seraient prises à partir de la source; 2° que les avantages qu'on peut avoir à placer des électro-aimants sur des dérivations ainsi établies, ou à les interposer dans un même circuit, dépendent de la nature de la pile, du nombre d'éléments qui la constituent et de la résistance du circuit extérieur;

Digitized by Google

3° qu'avec la pile dont la résistance intérieure est peu considérable, comme les piles de Bunsen, de Wollaston, de Smée, et en général les piles à grandes surfaces et à acides, les bifurcations à partir de la source sont préférables, quand toutefois la résistance des électro-aimants et du circuit extérieur est considérable ; 4° que le contraire a lieu avec des piles dont la résistance intérieure est considérable, pourvu toutefois que la résistance du circuit extérieur ne soit pas trop grande.

Si on applique aux formules d'Ohm la loi de Jacobi sur la force des électro-aimants, qui dit que cette force, pour un même nombre de tours de spires d'un électro-aimant, est proportionnelle au carré de l'intensité du courant, on arrive à l'explication d'un fait assez curieux, qui, au premier abord, paraît contraire à la logique. Voici quel est ce fait :

Si un électro-aimant d'une résistance de 2200 mètres est interposé dans un circuit et qu'on mesure sa force attractive, cette force, avec une pile de Daniell de 8 éléments, sera plus considérable que la somme des forces de deux électro-aimants semblables interposés dans deux dérivations de ce circuit, faites à partir des pôles de la pile. Pour expliquer théoriquement cet effet, il suffit de calculer l'intensité du courant dans les deux cas. Si I représente l'intensité du courant simple, I' l'intensité du courant dérivé, on aura en effet :

$$I = \frac{nE}{nR + r'} = \frac{8 \times 4552}{8 \times 800 + 2200} = 4,23 ;$$

$$I' = \frac{nE}{2nR + r'} = \frac{8 \times 4552}{16 \times 800 + 2200} = 2,43.$$

Et comme la force des électro-aimants interposés dans ces deux circuits sera alors dans le rapport des carrés des deux nombres 4,23 et 2,43, il en résultera que, si 200

Digitized by Google

grammes représente la force de l'électro-aimant dans le circuit simple, la valeur de la force de cet électro-aimant dans le circuit dérivé sera donnée par la proportion :

$$200 : x :: 4,23^2 : 2,43^2,$$

d'où

$$x = \frac{2,43^2 \times 200}{4,23^2} = \frac{1180,98}{17,89} = 66,01.$$

L'expérience donne 70 grammes, chiffre très-rapproché, comme on le voit, de celui fourni par la théorie. Or, si on additionne la force des deux électro-aimants interposés dans les deux dérivations qui est pour chacun d'eux 66 grammes, on obtient 136 grammes pour la force totale, c'est-à-dire une force inférieure à celle d'un seul électro-aimant interposé dans un circuit unique.

Les formules d'Ohm nous expliquent encore comment une pile dont la force électro-motrice n'est que d'un tiers plus grande que celle d'une autre pile et dont la résistance intérieure est double de celle de cette autre, peut, sur un long circuit, donner une force à peu près égale à celle fournie par cette dernière ayant un nombre d'éléments presque double.

Prenons pour exemple une pile à sulfate de mercure de 38 éléments de M. Marié Davy et voyons l'intensité du courant fourni par elle sur un circuit de 500 kilomètres, comparativement à l'intensité du courant fourni par une pile de Daniell de 60 éléments. Si I représente l'intensité de la première pile, I' l'intensité de la seconde, on aura :

$$I = \frac{38 \times 7017,96}{38 \times 1695,16 + 500000} = \frac{266682}{564416} = 0,47,$$

$$I' = \frac{60 \times 4552}{60 \times 800 + 500000} = \frac{273120}{548000} = 0,49.$$

Ainsi, 38 éléments à sulfate de mercure donnent, sur un circuit de 500 kilomètres, une intensité électrique

Digitized by Google

presque égale à celle fournie par une pile de Daniell de 60 éléments. C'est en effet ce que l'expérience démontre.

Voici ce que dit à cet égard M. Bergon, dans son article sur les piles télégraphiques, inséré dans le tome II des *Annales télégraphiques*, page 159 :

« Nous avons essayé 38 éléments de la nouvelle pile sur un fil à service permanent de jour et de nuit. Ils ont fourni la même intensité de courant que 60 éléments Daniell et ont pu, sans aucun entretien, faire fonctionner les appareils du 28 juin au 25 décembre, soit 5 mois et 27 jours. Leurs dimensions étaient cependant plus faibles que celles des éléments Daniell, dont les effets dans les mêmes circonstances ne se sont maintenus que deux mois et 23 jours. Les vases en verre avaient $0^m,08$ de hauteur sur $0^m,07$ de diamètre, les zincs $0^m,065$ sur $0^m,055$, et les vases poreux $0^m,07$ sur $0^m,035$. »

Comparaison de l'intensité des différentes piles. En partant des formules de maxima que nous avons développées page 56, M. Jacobi est parvenu à comparer la puissance relative des différentes piles. On comprend, en effet, que cette comparaison n'était possible qu'en les plaçant chacune dans leurs conditions de maximum, car pour tout autre arrangement que celui qui correspond au maximum d'effet, il n'y a pas de relation constante. Pour obtenir cette comparaison, M. Jacobi introduit dans la formule $\frac{nE}{n^2R + r}$ un facteur s qui représente la surface du couple et qui, en diminuant la résistance R proportionnellement à sa valeur, permet d'égaliser des piles de différentes forces. Par suite de l'introduction de ce facteur, la formule précédente devient :

$$\frac{nE}{\frac{n^2R}{s} + r} \quad \text{ou} \quad \frac{nEs}{n^2R + rs},$$

Digitized by Google

dont le maximum est atteint lorsque $n = \sqrt{\frac{rs}{R}}$ (*voir la note de la page* 57), et qui devient alors :

$$\frac{E\sqrt{rs}}{2r\sqrt{R}} \quad \text{ou} \quad \frac{Er\sqrt{s}}{2r\sqrt{R.r}} \quad \text{ou} \quad \frac{E\sqrt{s}}{2\sqrt{R.r}}. \quad (29)$$

Pour une autre pile ayant une même résistance r de circuit extérieur, cette expression sera :

$$\frac{E'\sqrt{s'}}{2\sqrt{R'.r}}; \qquad (27)$$

de telle sorte qu'en égalisant ces deux expressions, on a une équation :

$$\frac{E\sqrt{s}}{2\sqrt{R.r}} = \frac{E'\sqrt{s'}}{2\sqrt{R'.r}},$$

d'où l'on pourra déduire la valeur de s' comparée à celle de s prise pour terme de comparaison, et pour cela il suffira de substituer aux quantités E, R, E', R', s', leurs valeurs déduites de l'expérience, lesquelles sont, d'après M. Jacobi :

Pile de Daniell.	$E = 14610$ $R = 15,35$	Pile de Grove.	$E' = 23000$ $R' = 2,4$	$s' = 36$ pouces carrés.

On a alors :

$$\frac{14610 \times \sqrt{s}}{2 \times 3,918} = \frac{23000 \times 6}{2 \times 1,549}, \text{ d'où } \sqrt{s} = \frac{44545 \times 7,836}{14610} = 23,89.$$

Il en résulte, par conséquent, que

$$s = 23,89^2 \text{ soit } 24^2 = 600$$

et

$$s' = 36$$

et si l'on considère s comme l'unité de surface, s' devient

Digitized by Google

égal à $s \times \frac{36}{600} = s \,.\, 0{,}06$, c'est-à-dire *qu'une pile de Grove de 6 pieds carrés de surface peut remplacer une pile de Daniell de 100 pieds carrés de surface.* On peut vérifier l'exactitude de cette déduction en substituant, dans les formules précédentes, aux quantités $\sqrt{s}$ et $\sqrt{s'}$, leurs valeurs 6 et 23,89 ; elles se réduisent alors à

$$\frac{14610 \times 23{,}89}{7{,}836} = \frac{23000 \times 6}{3{,}098},$$

qui forment deux nombres, 44545 et 44542, à peu près égaux, lesquels seraient même tout à fait égaux si on n'avait pas négligé certaines décimales.

Si l'on voulait maintenant connaître la puissance relative des deux piles dont nous venons de parler, eu égard au nombre et à la surface de leurs éléments, on partirait des conditions de maximum fournies par l'égalité de la résistance du circuit à la résistance intérieure de la pile, et de cette égalité $\frac{n^2 R}{s} = r$ on pourrait déduire la valeur de s qu'on introduirait dans la formule de l'intensité maximum qui deviendrait alors :

$$\frac{E\sqrt{\frac{n^2 R}{r}}}{2\sqrt{R.r}} \quad \text{ou} \quad \frac{E n \sqrt{R}}{2r\sqrt{R}} \quad \text{ou} \quad \frac{nE}{2r} \qquad (30).$$

Comme la valeur de r n'a pas été calculée dans la première détermination, on peut la négliger, de sorte qu'on peut poser :

$$\frac{nE}{2} = 44545, \quad \text{d'où} \quad n = \frac{2 \times 44545}{14610} = 6{,}10 \text{ éléments},$$

et en en faisant autant pour n', on a :

$$\frac{n'E'}{2} = 44545, \quad \text{d'où} \quad n' = \frac{2 \times 44545}{23000} = 3{,}87 \text{ éléments}.$$

Digitized by Google

Mais on devra remarquer que ces éléments ne peuvent être considérés comme ayant la même surface, puisque leur détermination a été déduite de deux formules dans lesquelles $S : S' :: 100 : 6$; de sorte que, si on rapporte à des nombres ronds les nombres 6,1, 3,87, ce qui est facile en faisant que le rapport de ces nombres soit égal à $\frac{6,1}{3,87}$ ou à 1,6 (rapport qui répond aux chiffres 6 et 10), on peut dire, ainsi que M. Jacobi l'a publié dès l'année 1840, que 6 *couples de Grove, chacun d'un pied carré de surface, produisent le même effet que* 10 *couples de Daniell offrant chacun une surface de* 10 *pieds carrés*. Effectivement, dans ce cas, la surface totale des 10 derniers couples représente 100 pieds carrés de surface, tandis que la surface totale des six premiers ne représente que 6 pieds carrés, ce qui correspond parfaitement aux conditions de maximum que nous avons posées en premier lieu.

M. Jacobi ajoute qu'il a vérifié par un grand nombre d'expériences en grand la vérité de ces déductions théoriques.

Pour comparer deux piles quant à leur maximum d'effet utile, il n'est pas, du reste, besoin de passer par la série de calculs que nous venons d'indiquer; car il suffit de comparer leur intensité maximum fournie par la formule $\frac{sE}{2R}$, tirée de l'équation (29), dans laquelle r a été remplacé par son équivalent $\frac{n^2R}{s}$, et dans laquelle on a fait $n = 1$.

En effet, pour l'une de ces piles on aura $I = \frac{sE}{2R}$, pour l'autre, $I' = \frac{sE'}{2R'}$, d'où

$$\frac{}{I'} = \frac{2sER'}{2sE'R} = \frac{E}{E'} \cdot \frac{R'}{R}. \qquad (31)$$

Digitized by Google

Nous allons pouvoir maintenant comparer les forces des différentes piles dont nous avons parlé; mais avant de leur appliquer les calculs précédents, il faut les ramener à une même dimension, et nous choisirons comme type de cette dimension la pile Daniell employée dans les postes télégraphiques. L'élément positif de cette pile, comme nous l'avons dit, a pour surface oxydable un zinc de $0^m,09$ de hauteur sur $0^m,07$ de diamètre, tandis que celui de la pile de Bunsen n'a que $0^m,09$ de hauteur sur 0,045 de diamètre; il faut donc augmenter la surface de l'élément Bunsen dans le rapport de 63 à 40,5. Par suite de cette augmentation de surface, la résistance R, que nous avons indiquée page 42, doit être diminuée dans le même rapport, de sorte qu'en prenant le rapport des intensités maxima des deux piles, ainsi que nous venons de l'indiquer, et en désignant par I l'intensité de l'élément Bunsen, I′ l'intensité de l'élément Daniell, on a :

$$\frac{I}{I'} = \frac{9257 \times 800}{4552 \times 126} = 12,91.$$

Ainsi l'élément Bunsen est 13 fois environ plus fort que l'élément Daniell, bon conducteur, et 15 fois plus fort que le même élément avec vase poreux neuf. Ce dernier chiffre est à peu près celui qu'avait trouvé M. Jacobi.

En comparant de la même manière l'élément Bunsen avec l'élément à sulfate de mercure et l'élément à sulfate de plomb, on trouve que l'élément Bunsen est 11 fois plus fort que l'élément à sulfate de mercure, et 22 fois plus fort que celui à sulfate de plomb.

Détermination des valeurs relatives des constantes voltaïques. — Jusqu'à présent nous avons parlé des valeurs de I, de E et de R comme ayant été le résultat de leur détermination mathématique d'après les formules d'Ohm; mais il est facile de comprendre que, par le fait,

Digitized by Google

ces valeurs, sauf la résistance R, ne représentent absolument rien. Ainsi, la valeur I, déterminée de cette manière, n'est qu'un rapport entre E et R, et n'est reliée en aucune façon avec les indications des appareils destinés à la constater. Or, comme dans la pratique cette valeur n'est donnée que par les sinus ou les tangentes des angles de déviation des boussoles, ou par des poids quand on emploie des balances magnétiques, il devient impossible d'obtenir une quantité susceptible de représenter I dans les formules, si on ne connaît pas le coefficient de relation entre la constante I et sa représentation sur le rhéomètre que l'on emploie. Ce coefficient dépend, bien entendu, de la construction de cet instrument, et doit être déterminé pour chaque appareil; mais il est facile à calculer. Supposons, en effet, qu'il s'agisse d'une boussole des sinus, et que 40° 39′ représente l'angle de déviation de la boussole sous l'influence d'un élément de Daniell, avec une résistance de circuit extérieur équivalente à 7000 mètres. Le sinus de 40° 39′ ou 0,6514 représentera la valeur de I, c'est-à-dire $\frac{E}{R + r}$. Or, si nous prenons, pour valeurs numériques de cette expression, les chiffres que nous avons donnés page 42 pour l'élément Daniell peu conducteur, on pourra poser :

$$\sin 40^\circ 39' = \frac{5225}{1100 + 7000} = 0,6450,$$

et comme les intensités électriques sont proportionnelles aux *sinus* des angles de déviation de la boussole, on aura pour une nouvelle intensité, accusée par une déviation de 26° 39′, et avec une résistance de 14000 mètres,

$$\sin 40^\circ 39' : \sin 20^\circ 36' :: 0,6450 : x,$$

d'où

$$x = \frac{0,6450 \times \sin 20^\circ 36'}{\sin 40^\circ 39'} = \frac{0,6450 \times 0,3518}{0,6514} = 0,3485.$$

Digitized by Google

Avec ce simple coefficient 0,6450, on peut donc obtenir la valeur mathématique de I pour toutes les déviations de la boussole de M. Bréguet susceptibles d'être comparées; mais il est bon de le déterminer dans les conditions de résistance où l'on doit généralement se trouver pour l'expérimentation; il faut aussi que ce coefficient représente la moyenne d'un très-grand nombre d'expériences.

Quant aux valeurs de E et de R, elles peuvent facilement être transformées en fonction les unes des autres au moyen de la détermination précédente.

Supposons qu'on ait obtenu, par un procédé quelconque, la résistance intérieure d'une pile; on pourra connaître son intensité à l'aide de la boussole des sinus; alors on pourra déduire la valeur de E de l'équation $E = I(R + r)$, et dès lors on peut obtenir la valeur réelle de I.

Il en est de même pour la valeur de R. La force électro-motrice E ayant été déterminée d'une manière quelconque, on la fait entrer dans la formule $R = \frac{E}{I} - r$, et on prend comme deuxième donnée du problème, la valeur de I que l'on estime avec la boussole et le rhéostat. Mais comme ces deux données sont estimées en unités différentes, qui ne sont pas comparables, il faut faire une seconde détermination de la valeur de I, avec une résistance nouvelle, $r' < r$, qui permet de poser les deux équations :

$$r = \frac{E}{I} - R; \qquad r' = \frac{E}{I'} - R;$$

d'où

$$\frac{r}{r'} = \frac{(E - IR)I'}{(E - I'R)I} \quad \text{ou} \quad \frac{r'}{r} = \frac{(E - I'R)I}{(E - IR)I'}.$$

Si l'on désigne le rapport $\frac{r'}{r}$ par q, cette équation

Digitized by Google

devient successivement :

$$qEI' - qI'IR = EI - I'IR;$$

$$I'RI - qI'IR = EI - qEI';$$

d'où

$$R = \frac{E(I - qI')}{I'I(1 - q)}. \qquad (32)$$

Comme le rapport q est indépendant de l'unité qui a servi de mesure à r, le problème se trouve ainsi résolu. Maintenant, pour savoir ce que R représente par rapport à l'unité de longueur, on éliminera E dans l'une des équations précédentes, ce qui donnera :

$$\frac{E}{E} = \frac{I(R + r)}{I'(R + r')} \quad \text{ou} \quad I'(R + r') = I(R + r);$$

d'où

$$R = \frac{rI - r'I'}{I' - I}.$$

De cette manière on saura ce que E représente par rapport à l'unité de force électro-motrice prise pour terme de comparaison, et ce que R représente par rapport à l'unité de longueur. Néanmoins, dans les formules, E devra être déterminé au moyen de l'équation $E = (R + r)\,I$, en prenant pour R la dernière valeur que nous avons calculée, ce qui équivaut, en fin de compte, à deux déterminations des constantes voltaïques, dont l'une est celle que nous avons indiquée page 28.

Le rapport entre la valeur de I déterminée par la balance magnétique et la valeur de I déduite des formules est facile à établir, puisque les poids fournis par cette balance, qui représentent ce que nous appelons la force du courant, sont entre eux comme les carrés des intensités du courant. En conséquence, si on sait qu'un élément de pile a fourni une force de g grammes, on pourra, pour une autre force g', poser la proportion :

$$g : g' :: I^2 : I'^2,$$

Digitized by Google

d'où

$$I' = \sqrt{\frac{g' I^2}{g}}.$$

Avec la balance de M. Becquerel l'on peut considérer les poids indiqués comme étant proportionnels aux intensités, de sorte que le cas revient à celui de la boussole des sinus avec beaucoup moins de difficultés. Cependant, M. Jacobi prétend qu'on doit apporter aux quantités que représentent ces poids une certaine correction. Nous en parlerons plus tard.

Nous terminerons ce chapitre en disant que, comme il entre, pour multiplicateur de *r*, dans les formules d'Ohm, une quantité qui n'est pas de même espèce que *r*, il serait désirable qu'on déterminât les constantes voltaïques *en mesurant directement cette valeur* comme nous l'avons indiqué page 51; on établirait ensuite les autres constantes E et I, ainsi que nous l'avons dit précédemment.

II.

APPLICATIONS DES LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES.

Calcul du nombre d'éléments à donner à une pile dans des conditions données. — Les différentes formules que nous venons de poser peuvent servir non-seulement à calculer les intensités d'un courant dans des circonstances données, mais encore à trouver le nombre d'éléments à adapter à une pile pour obtenir, dans des conditions données, un effet également donné. Supposons, par exemple, qu'on veuille savoir combien il faut ajouter d'éléments à une pile de Daniell pour obtenir, avec une résistance de 2,400 kilomètres, la même intensité qu'a fournie, pour une résistance de 800 kilomètres, une pile de 45 éléments. Ap-

Digitized by Google

pelons x le nombre cherché, d le rapport des deux résistances r, r' estimé par rapport à r; le problème pourra être résolu par l'équation suivante :

$$\frac{xE}{xR+dr}=\frac{nE}{nR+r}, \quad \text{ou} \quad \frac{E}{R+\frac{dr}{x}}=\frac{nE}{nR+r},$$

qui peut être transformée successivement de la manière suivante :

$$\frac{E(nR+r)}{nE}=R+\frac{dr}{x}, \quad \text{ou} \quad \frac{nR+r}{n}-R=\frac{dr}{x},$$

d'où

$$x=\frac{drn}{nR+r-nR}=dn,$$

et, en substituant les valeurs numériques de d et de n, on a définitivement :

$$x=3\times 45=135.$$

Si nous substituons ensuite cette valeur de x, dans la première équation, on a :

$$\frac{xE}{xR+dr}=0{,}245, \quad \text{et} \quad \frac{nE}{nR+r}=0{,}245,$$

qui constituent bien les deux membres égaux d'une équation.

Maintenant si, au lieu d'employer un seul circuit pour la résistance représentée par dr, on voulait employer trois circuits dérivés égaux, on pourrait obtenir dans chacun de ces circuits une intensité égale à celle obtenue précédemment, c'est-à-dire 0,245, avec une pile beaucoup moins puissante; et pour connaître le nombre des éléments dont elle devra se composer, il suffira de poser l'équation :

$$\frac{xE}{3xR+r}=\frac{nE}{nR+r},$$

Digitized by Google

qui peut être transformée de la manière suivante .

$$\frac{nR + r - 3nR}{n} = \frac{r}{x},$$

d'où l'on tire :

$$x = \frac{rn}{nR + r - 3nR} = \frac{rn}{r - 2nR} = \frac{800000 \times 45}{800000 - 2 \times 45 \times 800} = 49.$$

Si l'on substitue cette valeur 49 à celle de x dans la première équation, on a :

$$\frac{xE}{3xR + r} = \frac{49 \times 4552}{3 \times 49 \times 800 + 800000} = 0{,}243,$$

valeur qui correspond autant que possible à celle de $\frac{nE}{nR + r}$ en raison des décimales négligées.

En ajoutant 9 éléments à la pile, on pourrait obtenir 3 circuits dérivés de plus, ayant la même intensité que ceux dont nous venons de parler. En effet, la formule précédente $\frac{xE}{3xR + r}$ devient alors :

$$\frac{58 \times 4552}{6 \times 58 \times 800 + 800000} = 0{,}245.$$

Les problèmes précédents pourraient être posés d'une manière plus simple, en donnant immédiatement le chiffre de l'intensité que l'on désire avoir dans telles ou telles conditions où l'on se trouve placé. Les formules sont alors :

1° Pour le circuit simple :

$$\frac{xE}{xR + r} = I, \quad \text{ou} \quad \frac{E}{I} - R = \frac{r}{x}, \quad \text{d'où} \quad x = \frac{rI}{E - IR} \qquad (33).$$

2° Pour le circuit avec d dérivations :

$$\frac{xE}{dxR + r} = I, \quad \text{ou} \quad \frac{E}{I} - dR = \frac{r}{x}, \quad \text{d'où} \quad x = \frac{rI}{E - dIR}.$$

Digitized by Google

En remplaçant par les chiffres des données précédentes es valeurs de r, r', de d, de I, de E et de R dans les formules ci-dessus, on trouve :

$$1^\circ \quad x = \frac{2400000 \times 0,245}{4552 - 0,245 \times 800} = 135;$$

$$2^\circ \quad x = \frac{800000 \times 0,245}{4552 - 3 \times 0,245 \times 809} = 49.$$

Je dois cependant dire que cette dernière méthode de détermination de la valeur de n ne peut être considérée comme exacte que quand I représente une quantité notablement inférieure à celle qui correspond à l'intensité propre de la pile que l'on emploie; ainsi, avec les piles de Daniell, elle ne peut être appliquée avantageusement que quand la valeur de I est une fraction de l'unité, ce qui suppose une résistance considérable du circuit extérieur; du reste, on peut dire d'une manière générale que la détermination du nombre d'éléments (d'une pile disposée en tension) nécessaires pour obtenir une intensité donnée est d'autant plus exacte que cette intensité s'écarte d'avantage de celle qui représente la valeur de I dans la pile que l'on emploie. Cela vient de ce que les éléments qu'on ajoute à une pile *établie dans les conditions de maximum* pour vaincre une résistance donnée, n'augmentent que très-peu l'intensité du courant que cette pile peut fournir. On peut s'en convaincre par les calculs suivants :

Cherchons l'intensité du courant d'une pile de Daniell de 4 éléments ayant à vaincre une résistance de 3571 mètres de fil télégraphique.

La formule donnera :

$$I = \frac{4 \times 4552}{4 \times 800 + 3571} = 2,7.$$

Augmentons la pile de 12 éléments, cette intensité sera 4,4. Portons la pile à 30 éléments, on aura I = 5;

Digitized by Google

avec 60 éléments, I = 5,13 ; avec 100, I = 5,4; avec 200, I = 5,5. A mesure que la valeur de I se rapproche de 5,69, qui est la limite extrême, il faut que la pile s'accroisse dans une progression de plus en plus grande, et pour arriver à cette limite, qui a lieu lorsque E = I R, il faudrait que la pile se composât d'un nombre infini d'éléments.

En effet, la formule $n = \frac{rI}{E - IR}$ devient dans ce cas $\frac{rI}{0}$ c'est-à-dire ∞ l'infini.

Or, il est facile de comprendre, d'après cela, que la moindre différence dans les valeurs des constantes E, R et I, ou dans les quantités déterminées par l'observation relativement aux valeurs de r et de l'intensité donnée, peut affecter tellement l'expression E — IR que la quantité n cherchée peut varier dans des proportions énormes, quand E — IR fournit une quantité peu considérable.

Pour une pile disposée en quantité, la formule du nombre d'éléments qu'il faut accoupler pour obtenir une intensité donnée est fournie par l'équation :

$$\frac{nE}{R + nr} = I, \quad \text{d'où } n = \frac{RI}{E - Ir}, \qquad (34),$$

et l'on voit par cette formule qu'il faut que r soit bien petit pour qu'on ait avantage à ce système d'accouplement.

Supposons qu'on veuille savoir le nombre d'éléments de Bunsen nécessaires pour obtenir une intensité égale à 60 avec une résistance r égale à 100 mètres. L'équation précédente donnera :

$$\frac{195 \times 60}{9257 - 60 \times 100} = 3{,}6, \text{ soit 4 éléments.}$$

Si maintenant nous cherchons la valeur de n dans l'hypothèse que I soit égal à 90,8, nous trouverons que la

Digitized by Google

pile doit être composée de 100 éléments. Ainsi, pour gagner une intensité de 30,8, il a fallu ajouter 96 éléments, alors que 4 seulement donnaient 60. On se trouve donc ainsi dans de très-mauvaises conditions économiques, et pour obtenir cette intensité 90,8, il eût mieux valu employer des dérivations, ou plutôt diminuer la valeur de r en augmentant la section du conducteur. Si on réduit cette résistance de 10 fois, la formule devient :

$$n = \frac{90,8 \times 195}{9257 - 90,8 \times 10} = 2,12.$$

Il est à remarquer que, si dans les premières conditions du problème précédent on portait l'intensité électrique donnée à 10 ou à 100, on se trouverait dans des conditions telles que la valeur de n se trouverait fournie par une quantité inférieure à l'unité, ou ne pourrait pas être fournie du tout. Soit en effet I = 100, la formule devient :

$$n = \frac{19500}{9257 - 10000} = \frac{19500}{-743}.$$

Soit I = 10, la formule est :

$$n = \frac{1950}{9257 - 1000} = \frac{1950}{8269} = 0,23.$$

Il existe donc dans le mode de groupement des piles en quantité deux limites extrêmes des intensités données, au delà desquelles, pour une résistance r, la valeur n ne peut plus être déterminée. Or, dans les conditions des formules précédentes ces deux limites sont : 92,57 et 31,38*, cette dernière intensité correspondant à une pile

* Pour obtenir ces deux limites, il suffit, pour la limite maxima, d'égaliser les quantités E et Ir, d'où l'on tire $I = \frac{E}{r}$, et, pour la limite minima, de poser l'équation $RI = E - Ir$, ou $RI + Ir = E$, ou $I(R + r) = E$, d'où $I = \frac{E}{R + r}$.

Digitized by Google

de 1 élément, l'autre correspondant à un nombre infini d'éléments. En effet, avec ces chiffres les formules deviennent, dans un cas :

$$n = \frac{18051,15}{0} = \infty,$$

dans l'autre cas :

$$n = \frac{6119,10}{9257 - 3138} = 1.$$

Si la valeur de I a deux limites pour une même résistance r, dans les formules dont nous venons de parler, la valeur de r a également deux limites pour une même intensité I. En effet, si cette intensité est 40, les deux limites de r seront $231^m 4$ et 36,4*. Car les formules donnent, dans un cas :

$$n = \frac{7800}{0} = \infty,$$

et dans l'autre :

$$n = \frac{7800}{9257 - 1456} = 1.$$

On peut remarquer que dans ce cas de disposition de pile, comme dans l'autre, le nombre d'éléments qu'on ajoute pour augmenter l'intensité du courant est d'autant plus considérable qu'on s'approche davantage de la limite maxima.

Si au lieu de chercher la valeur de n pour un courant unique issu d'une pile disposée en quantité, on voulait obtenir cette valeur par rapport à l'un des courants dérivés qu'on pourrait établir sur une semblable pile, les formules précédentes, dans le cas le plus simple, c'est-

* Pour obtenir ces deux limites, on s'y prend comme précédemment, en égalisant les quantités E et Ir pour le maxima, et en posant RI = E — Ir pour le minima. — De la première équation on tire $r = \frac{E}{I}$, de la seconde $r = \frac{E - RI}{I}$.

Digitized by Google

à-dire dans le cas de dérivations égales, deviendraient :

$$I = \frac{E}{\frac{dR}{n} + r}, \quad \text{ou } \frac{E - Ir}{I} = \frac{dR}{n}, \quad \text{d'où } n = \frac{dRI}{E - Ir},$$

d représentant le nombre des dérivations.

Dans l'exemple cité plus haut, le nombre des dérivations étant 6, l'intensité donnée devant toujours rester 90,8 dans chaque dérivation, et la résistance de chacune étant 100, on a :

$$n = \frac{195 \times 90{,}8 \times 6}{9256 - 90{,}8 \times 100} = 700;$$

mais l'intensité du circuit total est 546 au lieu d'être 90,8.

Au contraire, si on n'avait cherché à avoir que 90,8 pour l'intensité du courant total, on serait parti de la formule $\frac{d\,n\,E}{d\,R + n\,r}$ pour déterminer la valeur de n qui aurait été fournie par la formule ci-dessous :

$$n = \frac{dRI}{dE - Ir}$$

et, en substituant les chiffres aux lettres,

$$n = \frac{6 \times 196 \times 90{,}8}{6 \times 9257 - 90{,}8 \times 100} = 2{,}24.$$

Dans ce cas il ne faut plus que 2 éléments en quantité à la pile pour que l'ensemble des 6 dérivations de 100 mètres de résistance fournisse une intensité égale à celle qui avait exigé 100 éléments avec le circuit simple. C'est à peu près le même effet que nous avions obtenu en rendant le circuit simple dix fois moins résistant.

Calcul du nombre d'éléments à donner à une pile pour obtenir, dans les conditions les plus économiques, une intensité donnée. — Jusqu'à présent nous n'avons considéré la dé-

Digitized by Google

termination de la valeur de n que dans le cas où elle est possible avec les deux modes de groupement des éléments de pile qui sont le plus usités. Mais cette détermination est loin d'être faite dans les conditions les plus favorables, et le groupement en séries dont nous avons posé les lois page 63 va nous permettre de nous placer désormais dans les véritables conditions de maximum.

Nous savons en effet que, pour obtenir le maximum d'effet utile de la part d'une pile, il faut que la résistance du circuit extérieur soit égale à la résistance totale de la pile; conséquemment, dans la formule des piles en séries, $\frac{nE}{aR + br}$, il faudra que br, comme nous l'avons vu, soit égal à aR pour que l'on soit dans les conditions les plus avantageuses. Or, dans ce cas, $I = \frac{aE}{2r} = \frac{bE}{2R}$, et de ces équations on peut tirer les valeurs de a et de b, qui sont :

$$(35) \qquad a = \frac{2Ir}{E} \quad \text{et} \quad b = \frac{2IR}{E} \text{ ou } \frac{aR}{r}. \qquad (36),$$

Les valeurs a et b étant connues, n, qui représente $a \times b$, est également connu, et la détermination se trouve ainsi effectuée.

Nous pouvons maintenant résoudre tous les problèmes qui nous seront posés. Supposons qu'on veuille connaître le nombre d'éléments d'une batterie de Bunsen nécessaires pour obtenir une intensité représentée par 40 avec un circuit de 600 mètres de fil télégraphique, on aura :

1° $a = \frac{2Ir}{E} = \frac{2 \times 40 \times 600}{9257} = 5$ éléments.

2° $b = \frac{aR}{r} = \frac{5 \times 195}{600} = 2$ éléments environ.

3° $n = a \times b = 10$.

Ce nombre est un peu trop fort pour correspondre

Digitized by Google

exactement à l'intensité 40°, car $b = 1,7$; mais comme un élément ne peut se fractionner, nous prenons naturellement le nombre 2 qui est le plus rapproché, et l'on peut voir d'ailleurs que la différence entre l'intensité donnée et l'intensité calculée n'est pas très-considérable. En effet, en substituant les valeurs de n, de a et de b dans la formule $\frac{nE}{aR + br}$, on trouve :

$$I = \frac{10 \times 9257}{5 \times 195 + 2 \times 600} = 42.$$

Si, au lieu d'employer cette nouvelle méthode, on avait employé celle que nous avons indiquée plus haut, on aurait eu :

$$n = \frac{Ir}{E - IR} = \frac{40 \times 600}{9257 - 40 \times 195} = 16 \text{ éléments.}$$

Par conséquent, on aurait pris 6 éléments en plus du nombre déterminé précédemment sans obtenir pour cela un effet plus grand. En effet,

$$\frac{16 \times 9257}{16 \times 195 + 600} = 39.$$

Un avantage très-grand de ces nouvelles formules c'est qu'elles comprennent tous les cas et qu'on n'a plus besoin d'avoir égard aux valeurs relatives de r et de R pour le choix de la formule à employer.

Détermination de la longueur d'un circuit par la seule inspection de l'intensité du courant traversant ce circuit. — De même que nous avons pu déduire la valeur de n de la formule $I = \frac{nE}{nR + r}$, de même on peut tirer de cette expression la valeur de r, qui est :

$$r = \frac{n(E - IR)}{I}, \qquad (37)$$

Digitized by Google

dans le cas où la pile est disposée en tension ; ou

$$r = \frac{nE - IR}{nI}, \tag{38}$$

dans le cas où la pile est disposée en quantité; ou

$$r = \frac{nE - aRI}{bI}, \tag{39}$$

dans le cas où la pile est disposée en séries. Cette détermination peut avoir son application dans les usages télégraphiques lors de la rupture accidentelle des fils de ligne, pour reconnaître approximativement le point de la ligne où le fil s'est cassé. Dans ce cas, en effet, le bout du fil rompu communique soit avec le sol, soit avec l'un des fils qui suivent parallèlement la même ligne; or, en faisant passer le courant de la pile de ligne à travers le circuit ainsi complété, on peut déterminer la valeur de I, et comme les facteurs n, E et R sont connus, r peut être déterminé. Toutefois, en raison des variations de la valeur de ces derniers facteurs, il est peut-être préférable de déterminer une première fois la valeur de I avec une résistance r connue exactement, car on peut poser alors :

$$\frac{I}{I'} = \frac{\dfrac{nE}{nR + r}}{\dfrac{nE}{nR + x}} \quad \text{ou} \quad \frac{I}{I'} = \frac{nE(nR + x)}{nE(nR' + r)},$$

d'où

$$x = \frac{I(nR + r) - nRI'}{I'}.$$

M. Blavier, dans son *Traité de télégraphie électrique*, indique encore deux autres méthodes pour cette détermination; mais nous ne parlerons que de l'une d'elles, que l'on peut employer avec avantage quand la déviation de la boussole des sinus est trop considérable.

Au lieu de conserver le même nombre d'éléments n

Digitized by Google

que dans les expériences journalières sur l'état des lignes, et pour lequel on a :

$$I = \frac{nE}{nR + r},$$

on diminue leur nombre jusqu'à ce qu'on obtienne avec le nouveau circuit la même intensité I du courant. Soit n' le nombre d'éléments nécessaires, on a :

$$I = \frac{n'E}{n'R + x};$$

et en égalisant les valeurs correspondant à I dans les deux expériences, on en déduit :

$$x = \frac{n'}{n} r.$$

Ces principes sont plutôt théoriques que pratiques, car la manière dont la communication est établie entre le sol et le fil rompu est excessivement variable. Ce fil peut, en effet, traîner à terre sur une longueur plus ou moins grande, et partant le circuit est plus ou moins conducteur. En admettant que la communication avec le sol soit parfaite, on détermine la distance x à laquelle a lieu le dérangement au moyen de l'une des formules précédentes. Mais il arrive le plus souvent que l'on trouve un nombre trop fort qui peut même, sous certaines conditions, représenter une longueur plus grande que celle de la ligne entière.

Pour obtenir approximativement cette valeur de x, il est donc nécessaire d'avoir recours à une opération secondaire, et cette opération consiste à faire l'expérience en double, c'est-à-dire aux deux stations dont la liaison télégraphique se trouve interrompue. C'est entre les deux points ainsi déterminés de chaque côté que doit exister le point de rupture.

Digitized by Google

Des moyens analogues permettent de reconnaître quand les fils télégraphiques ont une communication accidentelle avec le sol sans être rompus, et en quel point se trouve cette communication. Soit y la résistance de la dérivation qui établit la communication, x la distance de cette dérivation à l'un des postes télégraphiques B, x' la distance de la même dérivation à l'autre poste A. On fait d'abord isoler la ligne au poste B, et on envoie le courant du poste A : il passe entièrement par la dérivation ; et en appelant p la résistance de ce circuit, on a : $p = x + y$. Au poste B on fait la même expérience le fil étant isolé en A ; et en appelant q le nouveau circuit parcouru par le courant de B, on a : $q = x' + y$, et si a représente la longueur totale de la ligne, on a comme troisième équation : $x + x' = a$.

De ces équations on tire :

$$x = p - q + a - x, \quad \text{d'où} \quad x = \frac{p - q + a}{2};$$

$$x' = q - p + a - x', \quad \text{d'où} \quad x' = \frac{q - p + a}{2};$$

$$y = p - a + q - y, \quad \text{d'où} \quad y = \frac{p + q - a}{2}.$$

Or, comme a est connu, que p et q peuvent être déterminés comme nous l'avons indiqué plus haut, les valeurs de x, x', y peuvent facilement être obtenues.

« Quand deux fils d'une même ligne sont mélangés, on peut, en général, dit M. Blavier, considérer la communication qui s'établit entre les fils comme parfaite. Pour trouver le lieu du mélange, on fait isoler les deux fils à l'extrémité de la ligne et l'on envoie le courant par l'un des deux ; il revient par l'autre, et en établissant une communication avec la terre, la résistance du circuit est égale à deux fois la longueur du fil qui représente la distance à laquelle a lieu le dérangement.

Digitized by Google

« Si p représente cette résistance et x la distance à laquelle se trouve le mélange, $x = \frac{p}{2}$; à l'autre poste on fait la même expérience, et la somme des deux longueurs ainsi trouvées doit être égale à a.

« Lorsque cette somme est plus petite que a, il faut en conclure qu'il y a plusieurs mélanges sur la ligne; quand, au contraire, elle est supérieure, il en résulte que la communication entre les deux fils n'est pas parfaite. En désignant par y la résistance qu'elle oppose au courant, les formules se trouvent ainsi modifiées :

$$p = 2x + y,$$

q étant le nombre trouvé au deuxième poste, on a :

$$q = 2(a - x) + y,$$

d'où l'on déduit :

$$q - 2a + 2x = p - 2x,$$

d'où

$$x = \frac{p - q + 2a}{4},$$

et

$$y = \frac{4q - 8a + 2p - 2q + 4a}{4} = \frac{2q - 4a + 2p}{4},$$

ou

$$y = \frac{p + q - 2a}{2}.$$

Ces différentes formules vont nous permettre de discuter les effets des dérivations sur les lignes. Appelons toujours x la portion de la ligne comprise entre la station A et le conducteur formant la dérivation, y le conducteur, x' la seconde partie de la ligne comprise entre la dérivation et la station B, enfin a la totalité de la ligne, en y comprenant le fil de l'électro-aimant. On en conclut $x + x' = a$, et si l'on se reporte aux formules des courants

Digitized by Google

dérivés que nous avons exposées page 24, on trouve que la résistance totale sera représentée, d'après la formule $r = \frac{ab}{a+b}$, par :

$$r = x + \frac{yx'}{y+x'},$$

ou, en mettant aux lieu et place de x' sa valeur tirée de l'équation $x + x' = a$,

$$r = x + \frac{y(a-x)}{y+(a-x)}.$$

Si E représente la force électro-motrice totale nE, et si la résistance n R se trouve comprise dans la résistance x, comme nous l'avons indiqué page 27, on a, pour le courant circulant dans la partie x :

$$I = \frac{E}{x + \frac{y(a-x)}{y+(a-x)}},$$

et pour le courant circulant dans la partie x' :

$$I = \frac{Ey}{x(x'+y)+yx'} = \frac{Ey}{x(a-x+y)+y(a-x)}$$
$$= \frac{Ey}{x(a-x)+ay}.$$

Lorsque x varie, c'est-à-dire lorsque le point où se trouve la dérivation change, la valeur de I subit de notables modifications.

Si $x = 0$, ou si $a = x$, $I = \frac{E}{a}$; l'intensité est alors la même que s'il n'y avait pas de dérivation. Le premier cas se réalise à peu près quand la dérivation se trouve près du point A; mais le second ne peut se présenter, car a comprend non-seulement la ligne toute entière, mais le fil de l'électro-aimant dont la résistance doit être à peu près égale à celle de la ligne.

Digitized by Google

La formule précédente nous montre encore que l'intensité du courant est la même pour des points situés à égale distance des extrémités de la ligne.

Enfin, le produit $x(a-x)$, qui atteint sa plus grande valeur $\frac{a^2}{4}$ lorsque $x = \frac{a}{2}$, fait voir que le cas le plus défavorable pour la transmission est celui pour lequel la résistance est égale des deux côtés de la dérivation.

Pour une ligne de 500 kilomètres, dont le courant traverse à l'extrémité une bobine de 200 kilomètres de résistance, a est égal à 700 kilomètres. Le point situé à 350 kilomètres de A est donc celui où doit se trouver la dérivation pour avoir la plus grande influence sur la transmission.*

Calcul du nombre d'éléments à donner à une pile, et de la résistance utile qui doit être ajoutée à un circuit donné pour produire le maximum d'effet. — Jusqu'à présent nous avons cherché à résoudre séparément les deux parties de ce problème, et nous avons vu quelles étaient les formules qui devaient être adoptées suivant les différents cas; nous allons examiner maintenant le cas le plus général et le plus important, celui où la résistance utile qu'il faut ajouter à un circuit pour produire le maximum d'effet est inconnue aussi bien que le nombre d'éléments qui doivent composer la pile. On a, je suppose, un circuit de 1000 mètres, et on voudrait savoir : 1° quelle résistance de fil il faudrait donner à un électro-aimant destiné à être interposé dans ce circuit; 2° de combien d'éléments de Bunsen la pile destinée à agir sur lui doit se composer pour obtenir sur ce circuit une intensité représentée par 40.

* Ces différentes déductions depuis la page 97 sont en partie extraites de l'ouvrage de M. Blavier; nous leur avons seulement donné un peu plus de développement.

Digitized by Google

Nous aurons pour cela recours à la formule $\frac{a\,b\,E}{a\,R + b\,r}$ qui, dans le cas qui nous occupe, se trouvera transformée en $\frac{a\,b\,E}{2\,a\,R + 2\,b\,l}$, l désignant la longueur du circuit donné. Il est clair, en effet, que la résistance utile, devant être égale à la résistance du circuit non utilisé plus la résistance de la pile, la résistance totale doit être $aR + b\,l + b\,l + a\,R$ ou $2aR + 2\,b\,l$. Or, nous nous trouvons avec une équation renfermant deux inconnues, et pour la résoudre nous supposerons pour un moment b connu. On obtiendra alors la valeur de a en opérant comme nous l'avons déjà fait page 88, pour une détermination analogue, et nous aurons successivement :

$$\frac{a\,b\,E}{2\,a\,R + 2\,b\,l} = I \quad \text{ou} \quad \frac{b\,E}{2\,R + \frac{2\,b\,l}{a}} = I;$$

d'où

$$a = \frac{2\,b\,l\,I}{b\,E - 2\,I\,R}. \qquad (40)$$

Par l'inspection de la valeur numérique de 2 I R, on saura immédiatement quel chiffre doit représenter b. Car, si cette valeur ne peut pas se retrancher de b E (b étant égal à 1), il faudra porter b à 2, à 3, à 4, etc., jusqu'à ce que la soustraction devienne possible. Dans l'exemple que nous avons choisi nous voyons que b ne peut être représenté par 1, car 15600 ne peut pas se retrancher de 9257; mais avec $b = 2$ on peut y parvenir, et nous pouvons dès lors considérer 2 comme la véritable valeur de b. Avec cette donnée l'équation précédente devient facile à résoudre, et l'on obtient :

$$a = \frac{2 \times 2 \times 1000 \times 40}{2 \times 9257 - 2 \times 40 \times 195} = 54{,}9 \text{ éléments},$$

Digitized by Google

soit 55, et, en substituant cette valeur dans la première équation, on a :

$$I = \frac{54,9 \times 2 \times 9257}{2 \times 54,9 \times 195 + 2 \times 2 \times 1000} = \frac{1016418}{25410} = 40,$$

chiffre qui correspond bien à l'intensité donnée. D'un autre côté, $2 \times 54,9 \times 195 + 2 \times 2 \times 1000$ ou 25410 représente le double de la résistance utile qu'il s'agissait de trouver, et qui est, par conséquent, 12,705 mètres de fil télégraphique.

Ainsi, une pile de 55 éléments doubles de Bunsen peut fournir une intensité de 40 dans un circuit réduit de 25,410 mètres, dont la moitié seulement est employée à produire un travail utile.

Une remarque assez curieuse que nous devons faire relativement à ce genre de problème, c'est que la valeur de a ne peut être déterminée qu'autant que la résistance utile doit être interposée sur un circuit présentant par lui-même une résistance quelconque. Si ce circuit, en effet, n'existait pas, ce qui supposerait la résistance extérieure utilisée entièrement, la formule $\frac{2\,b\,l\,I}{b\,E - 2\,I\,R}$ serait réduite à zéro, puisque alors l serait égal à zéro. Dans ce cas le facteur b peut seul être déterminé, car la formule $\frac{a\,b\,E}{2\,a\,R}$, qui représenterait, dans ce cas, la valeur de I, donne $b = \frac{2\,I\,R}{E}$; or, il est facile de voir, par l'inspection de l'avant-dernière formule, que, quel que soit le nombre d'éléments qu'on ajoute à la pile, on obtiendra toujours la valeur donnée I, puisqu'on augmentera la résistance du circuit entier proportionnellement au nombre des éléments de la pile. Il est vrai que, par cela même, le travail utile du courant sera augmenté dans le

Digitized by Google

rapport du nombre des éléments ajoutés, et même, dans le cas des électro-aimants, il croîtra dans une proportion bien plus grande; mais la solution du problème se trouve toujours indéterminée. Un exemple fera mieux comprendre cette question qui est d'une extrême importance pour les applications électriques.

Donnons pour valeur à I la quantité 11, et supposons qu'il s'agisse d'éléments Daniell; d'après la formule précédente

$$b = \frac{2 \times 11 \times 800}{4552} = 3{,}87 \text{ éléments en quantité},$$

soit 4 éléments.

Si $a = 1$, nous aurons pour intensité du courant $I = \frac{4 \times 4552}{2 \times 800} = 11{,}4$; la résistance utile sera alors 800 mètres de fil électrique. Faisons $a = 10$, on aura $I = \frac{4 \times 10 \times 4552}{2 \times 10 \times 800} = 11{,}4$; mais la résistance utile sera alors 8,000. Si les 7,200 mètres qu'on aura gagnés sont utilisés à constituer l'hélice d'un électro-aimant, la force de celui-ci, qui aurait été F avec les 800 mètres, sera devenue 25 fois environ plus grande. En effet, si nous prenons du fil n° P, nous aurons, d'après les calculs de M. Lemoyne (voir page 62), environ 1270 spires sur un électro-aimant de taille ordinaire, pour les 800 mètres de résistance utile de la première donnée. Pour les 8,000 mètres de la seconde donnée nous aurons, avec du fil n° 16, environ 6452 spires. Or, nous savons que, pour une même intensité de courant, les forces attractives sont entre elles comme les carrés des nombres de spires; on a donc :

$$F : F' :: 1270^2 : 6452^2,$$

d'où

$$\frac{F'}{F} = 25{,}8.$$

Digitized by Google

Voici maintenant comment on peut appliquer pratiquement ces différentes méthodes de détermination des valeurs n et r. Supposons que l'expérience ait démontré que la force électro-magnétique nécessaire pour le bon fonctionnement d'un appareil électrique soit représentée par f, avec une distance d d'écartement de l'armature de son électro-aimant, et que, par des expériences antérieures faites avec un électro-aimant dont la résistance r a été égalée à celle d'une pile déterminée, on ait trouvé une force F correspondante au même degré d d'écartement de l'armature : il sera facile, d'après les lois des électro-aimants et celles des courants, de trouver l'intensité I nécessaire pour produire cette force f (de 40 grammes je suppose), et si cette force doit être appliquée sur un circuit de 100 kilomètres, nous nous trouverons dès lors conduits à un problème assez complexe à la solution duquel vont servir les différentes formules que nous avons données.

Pour fixer les idées, admettons que l'électro-aimant, disposé dans les conditions de maximum par rapport à une pile de Daniell de 8 éléments sans circuit extérieur inutile, ait produit, avec un écartement de l'armature représenté par d, une force de 200 grammes : sa résistance r sera égale à 800 × 8 ou 6400 mètres; par conséquent, l'intensité du courant sera :

$$I = \frac{8 \times 4552}{2 \times 8 \times 800} = 2{,}9,$$

et comme les forces attractives pour un même électro-aimant sont proportionnelles aux carrés des intensités du courant, cet électro-aimant, pour produire une force de 40 grammes, n'aura besoin que d'une intensité de courant représentée par 1,3 ; car, de la proportion

$$F : f :: 2{,}9^2 : x^2 \quad \text{ou} \quad 200 : 40 :: 2{,}9^2 : x^2,$$

Digitized by Google

on tire

$$x = \sqrt{\frac{40 \times 2,9^2}{200}} = 1,3.$$

En cherchant les valeurs de n et de r correspondantes à cette intensité 1,3 au moyen de la formule précédente $a = \frac{2blI}{bE - 2IR}$, on aurait le chiffre 105 pour représenter le nombre d'éléments en tension de la pile, 1 pour représenter le nombre d'éléments en quantité, et 184000 mètres pour exprimer la résistance du fil de l'électro-aimant. Mais nous remarquerons que la force que nous obtiendrons alors ne sera plus 40 grammes, car au lieu de 6400 mètres de résistance utile que nous avions quand nous avons déterminé l'intensité 1,3, nous avons maintenant 184000 mètres. Pour revenir à la force f, il faudra donc diminuer l'intensité donnée 1,3 dans un rapport qui dépendra de la manière dont la force électro-magnétique croît avec la résistance utile. Or, ce rapport n'est pas simple, car les résistances utiles adaptées aux électro-aimants, par cela même qu'elles doivent constituer une hélice dont les spires deviennent de plus en plus grandes à mesure que l'hélice devient plus grosse, et par conséquent de moins en moins nombreuses pour une même longueur de fil, fournissent un travail utile qui est loin d'être proportionnel aux longueurs réduites qui sont données par les formules. D'un autre côté, comme il résulte des lois des attractions magnétiques que, pour une même intensité du courant, les forces attractives sont proportionnelles aux carrés du nombre des spires, il faudra, pour que la force fournie par l'hélice de 184000 mètres soit ramenée à 40 grammes, que l'intensité donnée 1,3 soit réduite dans le rapport des carrés des hélices combiné avec celui des carrés des intensités

Digitized by Google

du courant, c'est-à-dire, qu'elle soit déduite de l'équation :

$$I = \sqrt{\frac{1,3^2}{u}}, \text{ } u \text{ représentant } \frac{(184000)s^2}{(6400)s^2}.$$

On peut démontrer la nécessité de cette réduction de la manière suivante : appelons t, t' les nombres de spires des deux hélices déterminées par les 6400 et les 184000 mètres de résistance utile, soit u le rapport de leurs carrés, I, x les intensités du courant, dont l'une I correspond à l'intensité déterminée 1,3, l'autre à l'intensité cherchée; enfin, appelons F, F′ les forces électro-magnétiques correspondantes aux hélices t, t'. Quand I aura la même valeur dans les deux circuits, on aura :

$$F : F' :: t^2 : t'^2, \quad \text{d'où} \quad F = \frac{F' t^2}{t'^2} = \frac{F'}{u},$$

t étant l'unité. Mais si nous donnons à I des valeurs différentes en considérant le même électro-aimant t', les forces F, F′ changeront dans le rapport des carrés des courants, c'est-à-dire qu'on aura $\frac{F'}{F} = \frac{I^2}{x^2}$. Or, pour que $F' = F$, il faut que I^2 soit divisé par u; car à la place de $\frac{F'}{F}$, dans l'équation précédente, on peut mettre $\frac{t'^2}{t^2}$, et l'on sait que $\frac{t'^2}{u} = t^2$; alors x^2 devient égal à $\frac{I^2}{u}$, d'où

$$x = \sqrt{\frac{I^2}{u}} = \sqrt{\frac{I^2 t^2}{t'^2}} = \frac{I t}{t'}.$$

Cherchons maintenant combien de spires peuvent fournir, sur un électro-aimant de dimensions ordinaires et dans de bonnes conditions, les deux résistances 184000 et 6400. Cela nous sera facile en partant des calculs de M. Lemoyne, que nous avons donnés page 62.

Digitized by Google

En effet, on voit que la résistance 184000 étant comprise entre 287900 et 55700 mètres de fil télégraphique, mais étant plus près de 287000 que de 55700, c'est le fil n° 32 qui devra être employé. Or, si une longueur de 287900 mètres est équivalente à 27144 tours, un seul tour représentera en moyenne une résistance de $10^m 60$, et par conséquent on aura la valeur approchée du nombre de spires correspondant à 184000, en établissant la proportion suivante :

$$1^t : 10,60 :: x : 184000 \quad \text{d'où} \quad x = \frac{184000}{10,60} = 17359.$$

En raisonnant de même pour la résistance 6400, on verrait que le nombre de spires qui lui correspond est 5161. Or, si nous multiplions l'intensité donnée 1,3 par le rapport renversé de 17359 à 5161, on aura le véritable chiffre de la valeur de I qui, pour l'électro-aimant t', représentera la force f (40 grammes). Cette valeur sera 0,4, et pour obtenir la disposition de la pile dans les conditions de maximum, il suffira d'introduire cette valeur 0,4 et celle de r, qui est 184000, dans la formule $a = \frac{2\,I\,r}{E}$, qui donne

$$a = \frac{2 \times 0,4 \times 184000}{4552} = \frac{147200}{4552} = 32,4 \text{ éléments.}$$

On peut s'assurer de l'exactitude de ce calcul par la comparaison des deux forces magnétiques obtenues, lesquelles sont représentées par la formule $F = I^2 t^2$ dans le cas d'électro-aimants différents et d'intensités électriques différentes*. Pour l'électro-aimant ayant une résistance de

* Il résulte des expériences de MM. Jacobi, Lenz et Dub, ainsi que nous l'avons dit dans notre *Étude du Magnétimes*, que l'attraction considérée par rapport à ces deux éléments est proportionnelle au carré du courant multiplié par le carré du nombre de tours de spires.

Digitized by Google

6400 mètres, cette force est $\overline{5161}^2 \times \overline{1,3}^2$ ou 45014706; et pour l'électro-aimant ayant 184000 mètres de résistance, elle est $\overline{17359}^2 \times \overline{0,4}^2$ ou 45200232. Si on fait la part des décimales négligées, on voit que ces deux forces sont égales autant que possible, et c'est ce qu'on voulait obtenir. Ainsi, 32 éléments en tension et un électro-aimant de 184000 mètres de résistance ayant 17359 spires doivent fournir, sur un circuit de 100 kilomètres, avec une distance d'écartement de l'armature de l'électro-aimant représentée par *d* (un millimètre environ), une force de 40 grammes.

Comme les chiffres par lesquels on doit diviser les longueurs des résistances réduites pour obtenir le nombre de tours de spires qu'elles peuvent fournir sont utiles à connaître, je vais les donner ci-dessous :

1° Pour des longueurs comprises entre 1476 et 2166 mètres de fil télégraphique, la spire moyenne représente $0^m,63$ (le fil est alors du n° P) ;

2° Pour des longueurs comprises entre 2166 et 4402, la spire moyenne représente $0^m,86$ (le fil est alors du n° 12);

3° Pour des longueurs comprises entre 4402 et 8619, la spire moyenne équivaut à $1^m,24$ (le fil est du n° 16);

4° Pour des longueurs comprises entre 8619 et 17696, la spire moyenne représente $1^m,65$ (le fil est alors du n° 20);

5° Pour des longueurs comprises entre 17696 et 40401, la spire moyenne représente $2^m,79$ (le fil est alors du n° 24);

6° Pour des longueurs comprises entre 40401 et 171800, la spire moyenne représente $4^m,25$ (le fil est alors du n° 28);

7° Pour des longeurs comprises entre 171800 et 287900,

Digitized by Google

la spire moyenne représente $10^m,60$ (le fil est alors du n° 32).

Ces chiffres vont nous permettre de considérer la question sous un jour nouveau et de déduire des conséquences qui seront importantes dans la pratique.

Si nous considérons, en effet, que la résistance utile que nous avons adoptée n'a été de 184000 mètres que parce que nous l'avions fait correspondre à une pile de 105 éléments, on comprendra facilement que, maintenant que l'intensité du courant s'est trouvée réduite de 1,3 à 0,4, la pile de 32 éléments et l'électro-aimant de 184000, bien que dans les conditions de maximum l'un par rapport à l'autre, ne sont plus dans les conditions les plus avantageuses au point de vue économique, et si nous tirons la valeur de n en partant de $I = 0,4$ au moyen de la formule (40), on a :

$$n = \frac{2 \times 100000 \times 0,4}{4552 - 2 \times 0,4 \times 800} = 20,4 \text{ éléments.}$$

Partant, la résistance utile se trouve réduite à 116320 mètres au lieu de 184000, et dans ces conditions de résistances le fil qui doit être choisi pour l'électro-aimant doit être du n° 28; alors le nombre de tours de spires, au lieu d'être moins considérable que dans le cas précédent, est au contraire plus considérable, de sorte qu'au lieu d'avoir à augmenter l'intensité du courant, comme on pourrait le croire au premier abord, il faut encore la diminuer d'après la formule $x = \sqrt{\frac{I^2}{u}}$, ce qui donne $I = 0,246$, et par suite $n = 12,57$ ou 13 éléments avec la résistance utile 116320. Dans ces conditions, la valeur de n, déterminée par la formule (40), ne donnerait que 11,5 éléments, et la résistance utile ne serait que 109440 mèt.;

Digitized by Google

mais il y aurait alors diminution de force électro-magnétique; car cette fois nous ne pourrions plus avantageusement avoir recours à un numéro de fil plus gros. Pour obtenir la force de 40 gramm., il faudrait donc augmenter la valeur de I et la faire devenir $\sqrt{\overline{0,246}^2 \times 1,13}$, c'est-à-dire 0,261, ce qui donnerait $n = 12,55$, précisément le même nombre d'éléments que nous avions obtenu avec l'intensité 0,246 et une résistance utile de 116320. C'est donc en définitive une pile de 13 éléments avec une hélice pouvant varier de 116320 à 109440 mètres et en fil n° 28, qui peut fournir le plus économiquement la force de 40 grammes demandée sur un circuit de 100 kilomètres.

Si nous multiplions en effet $\overline{0,246}^2$ par $\overline{27369}^2$, et $\overline{0,261}^2$ par $\overline{25750}^2$, on trouve 45,319,585 et 45,329,064, chiffres qui se correspondent autant que possible et qui correspondent également aux premiers que nous avons obtenus, lesquels sont 45,014,706 et 45,200,232.

Des circuits télégraphiques et des circuits isolés. — Jusqu'à présent nous n'avons traité les questions relatives aux lois des courants que dans l'hypothèse de circuits parfaitement isolés ou affectés par des dérivations de résistance parfaitement appréciable. Mais les lignes télégraphiques, malgré les soins qu'on apporte à leur bon isolement, sont loin d'être placées dans ces conditions, de sorte qu'il est impossible de préjuger par des expériences de cabinet, faites avec des bobines de résistance, de la réussite d'un appareil télégraphique placé dans les conditions les plus favorables, d'après les formules. Sans parler de la quantité d'électricité enlevée par l'air humide, les dérivations qui ont lieu par les supports des fils et les poteaux sont tellement considérables que l'on peut considérer, d'une manière générale, la résistance

Digitized by Google

d'un circuit télégraphique un peu long comme double de sa vraie résistance, et cela dans les cas les plus favorables. M. Blavier a publié sur cette question un très-intéressant article, dans lequel il donne les formules pour calculer l'intensité du courant dans ces conditions d'isolement imparfait, et le nombre d'éléments qu'il faut donner à la pile pour obtenir une intensité donnée. Ces formules sont très-compliquées, et, ne pouvant les reproduire ici, nous renverrons le lecteur au Mémoire de M. Blavier, inséré dans le premier volume des *Annales télégraphiques*, page 220, nous contentant de rapporter les déductions suivantes, qui terminent ce Mémoire :

1° Avec les supports à fentes que l'on a employés, il y a quelques années, sur la ligne du Nord, et avec lesquels le fil conducteur n'était séparé des poteaux par aucun corps isolant, la perte d'électricité sur une ligne de 60 kilomètres, par les temps de pluie et de brouillards, était de 13 degrés de la boussole des sinus, et la résistance de la dérivation pour chaque poteau kilométrique était de 288,000 kilomètres. Par les temps ordinaires, la perte était de 5 degrés. La plus grande distance à laquelle on aurait pu, avec un nombre indéfini d'éléments, obtenir l'intensité de 4 degrés, nécessaire pour faire fonctionner les appareils, aurait été, d'après les formules de M. Blavier, de 240 kilomètres, avec des électro-aimants ayant 200 kilomètres de résistance.

2° Avec les supports en cloche, employés aujourd'hui, la perte d'électricité, sur la même ligne, par les temps les plus défavorables, est de 2 ou 3 degrés, et n'est pas sensible à la boussole par les temps secs. Cependant, les dérivations par les poteaux existent encore, et leur résistance pour chaque poteau est d'environ 5,000,000 de kilomètres. Suivant M. Blavier, la plus grande distance à laquelle on peut obtenir l'intensité de 4 degrés, dans les

Digitized by Google

mêmes conditions que précédemment, serait 900 kilomètres.

On pourra avoir une idée de l'influence des dérivation sur les circuits un peu longs, quand on saura que, pour diminuer de moitié l'intensité du courant d'une pile de 60 éléments Daniell, sur un circuit de 400 kilomètres, et en prenant les dérivations dans leur effet le moins nuisible, il suffit que la résistance de la dérivation par chaque poteau télégraphique soit égale à trois cent trente millions de mètres de fil télégraphique. Avec une pareille résistance, cependant, il doit se perdre bien peu d'électricité ; mais si l'on considère que les poteaux télégraphiques, distants les uns des autres de 50 mètres, sont, sur une étendue de 400 kilomètres, au nombre de 8,000, on commencera à comprendre l'effet préjudiciable qu'ils doivent apporter aux transmissions électriques. Le calcul suivant pourra, du reste, faire apprécier ce genre d'effets.

Appelons l le circuit de la ligne, d le nombre de dérivations, et a la résistance de chaque dérivation. En raison de l'immensité de cette résistance, on pourra considérer toutes les dérivations faites sur le parcours de la ligne égales entre elles, c'est-à-dire égales à a; par conséquent, leur résistance totale sera égale, d'après les formules des courants dérivés, à

$$\frac{a^{-d}}{da^{-(d-1)}} \quad \text{ou à} \quad \frac{a}{d}*.$$

* On peut démontrer l'origine de cette formule de la manière suivante : Supposons qu'il s'agisse de 4 dérivations égales, on aura, d'après la formule des courants dérivés :

$$r = \frac{a \times a \times a \times a}{a \times a \times a + a \times a \times a + a \times a \times a + a \times a \times a} = \frac{a^4}{4a^3} = \frac{a}{4},$$

et s'il y a d dérivations, cette formule deviendra $\frac{a}{d}$.

Digitized by Google

En combinant cette résistance totale avec celle de la ligne que nous considérerons comme une deuxième dérivation (de résistance l), on aura, toujours d'après les formules des courants dérivés (voir page 24),

$$I = \frac{nE\frac{a}{d}}{nR\left(l + \frac{a}{d}\right) + l \times \frac{a}{d}} = \frac{nEa}{nRld + nRa + la} = \frac{E}{\frac{Rld}{a} + R + \frac{l}{n}}. \quad (41)$$

Si, dans la première équation donnant la valeur de I, nous substituons aux quantités qui s'y trouvent représentées leurs valeurs numériques, on a :

$$I = \frac{4552}{\frac{8000 \times 800 \times 400000}{330000000} + 800 + \frac{400000}{60}} = 0{,}29902\ *.$$

Or, avec la même force électrique et un circuit bien isolé, on aurait eu :

$$I = \frac{60 \times 4552}{60 \times 800 + 400000} = 0{,}6096,$$

c'est-à-dire une intensité électrique presque double. Il est vrai qu'à l'origine du circuit, c'est-à-dire près de la pile, le courant avec le circuit mal isolé aurait été :

$$I' = \frac{nE}{nR + \frac{al}{ld + a}} = \frac{60 \times 4552}{60 \times 800 + 37393} = 3{,}2.$$

* On pourrait donner plus de rigueur au calcul en ajoutant à la valeur de a la moyenne des résistances fournies par la ligne à chaque dérivation, et cette moyenne serait, comme on le comprend aisément, la moitié du circuit télégraphique. Mais, en raison de la valeur énorme de a, comparativement à cette résistance additionnelle, les valeurs numériques de I ne seraient pas sensiblement affectées. Ainsi, dans l'exemple que nous avons choisi, la valeur de a, au lieu d'être 330,000,000, serait portée à 330,200,000, et, en l'introduisant dans les calculs, on trouve, pour valeur de I, 0,29909, au lieu de 0,29902, que nous avions primitivement trouvée.

Digitized by Google

L'hypothèse sur laquelle nous nous sommes appuyés pour déterminer les formules précédentes admet implicitement que toutes les dérivations dont la résistance totale est représentée par $\frac{a}{d}$ sont appliquées à l'extrémité du circuit, à partir des pôles mêmes de la pile; mais, par le fait, il n'en est pas ainsi, puisque les poteaux télégraphiques sont échelonnés de distance en distance sur toute l'étendue de la ligne, et nous avons vu, p. 101, que les dérivations sont d'autant plus nuisibles qu'elles sont greffées plus près du milieu du circuit. Les formules précédentes sont donc établies dans des conditions beaucoup trop favorables pour l'intensité du courant circulant à travers la ligne, et pour les corriger, il est essentiel que nous cherchions les formules qui représentent cette intensité dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire dans le cas où les dérivations seraient toutes concentrées au milieu de la ligne.

Dans ce cas, la partie du circuit commune aux dérivations et au fil de ligne est représentée par $\frac{l}{2}$, et doit être ajoutée, ainsi que nous l'avons dit page 27, à la résistance intérieure de la pile; alors la formule n° 41 devient:

$$I' = \frac{nE\frac{a}{d}}{\left(nR + \frac{l}{2}\right)\left(\frac{a}{d} + \frac{l}{2}\right) + \frac{a}{d} \times \frac{l}{2}} = \frac{4Ea}{2R(2a + ld) + \frac{(4a + ld)l}{n}} \quad * \quad (42)$$

* Il est facile de se rendre compte de l'influence des points d'application des dérivations sur la ligne par le calcul suivant : Appelons a, pour la simplification des formules, la valeur $\frac{a}{d}$; la résistance du circuit sera :

1° Quand le point d'application des dérivations sera près de la pile. . . . . $16nRa + 16nRl + 16al$;
2° Quand il sera à $\frac{1}{8}$ de la longueur l. . $16nRa + 14nRl + 16al + \frac{7}{4}l^2$
3° Quand il sera à $\frac{1}{4}$ de la longueur l. . $16nRa + 12nRl + 16al + 3l^2$

Digitized by Google

et si le circuit se continue à travers le fil d'un électro-aimant dans les conditions du maximum, on a :
1° avec la formule n° 41 : 2° avec la formule n° 42 :

$$I = \frac{Ea}{2R(a + ld) + \frac{2la}{n}}; \quad (43) \qquad I' = \frac{4Ea}{4R(2a + ld) + \frac{2l(4a + ld)}{n}}. \quad (44)$$

Maintenant, il est facile de comprendre que la valeur approchée du courant de la ligne correspondra à la moyenne des deux valeurs fournies par les deux formules, c'est-à-dire à $\frac{I + I'}{2}$.

En appliquant les données numériques que nous avons déjà prises à la formule n° 42, on aura pour valeur de I', I' = 0,16548, de telle sorte que la véritable valeur de I devient 0,23225, et avec un électro-aimant, 0,11612.

Si nous discutons maintenant ces différentes formules, on voit d'abord *que l'influence des dérivations est d'autant plus nuisible que le circuit est plus long et que la force de la pile est moins considérable.* Car alors d et l, dans les formules 41 et 42, deviennent plus grands, et par suite I devient plus petit. En second lieu, elles montrent que la différence entre les valeurs de I, dans les conditions de minimum et de maximum, est d'autant moins grande que le circuit est moins long; et, en effet, pour un cir-

4° Quand il sera à $\frac{1}{2}$ de la longueur l. . $16nRa + 8nRl + 16al + 4l^2$;
5° Quand il sera à $\frac{3}{4}$ de la longueur l. . $16nRa + 4nRl + 16al + 3l^2$;
6° Quand il sera à $\frac{7}{8}$ de la longueur l. . $16nRa + 2nRl + 16al + \frac{7}{4}l^2$.

Le numérateur de la fraction devient alors $16nEa$. Or, il est facile de voir que c'est la résistance correspondante au point d'application des dérivations, à moitié de la longueur du circuit, qui est la plus grande, et par conséquent qui affaiblit le plus l'intensité du courant de la ligne, quand, toutefois, le nombre d'éléments de la pile est proportionné à la longueur du circuit, et que celui-ci est plus grand que R.

Digitized by Google

cuit de 100 kilomètres, la valeur de I est, dans un cas, 0,669, et dans l'autre, 0,723.

La déduction de la valeur de n, dans ces deux formules, nous montre également plusieurs conséquences importantes. Cette valeur est :

1° pour la formule n° 41 : 2° pour la formule n° 42 :

$$n = \frac{lIa}{aE - RI(a + ld)}; \quad (45) \qquad n = \frac{(4a + ld)lI}{4Ea - 2IR(2a + ld)}. \quad (46)$$

et l'on voit que la limite extrême à laquelle on peut atteindre pour obtenir une intensité donnée, auquel cas la quantité n devient infiniment grande, est obtenue quand

$$1^\circ \quad aE = RI(a + ld); \qquad 2^\circ \quad 4aE = 2IR(2a + ld),$$

équations desquelles on tire, en faisant $d = \frac{l}{50}$,

$$l = \sqrt{\frac{a(E - RI)}{RI}} \times 50, \qquad l = \sqrt{\frac{2a(E - RI)}{RI}} \times 50,$$

et avec le circuit complété par l'électro-aimant :

$$l = \sqrt{\frac{a(E - 2RI)}{2RI}} \times 50; \quad (47) \qquad l = \sqrt{\frac{a(E - 2RI)}{RI}} \times 50. \quad (48)$$

Ainsi, la longueur d'une ligne télégraphique sur laquelle on peut obtenir une intensité électrique donnée est très-limitée; elle peut être plus ou moins grande, suivant les valeurs relatives de a, de I et de d. Plus les valeurs de I et de d sont considérables, plus cette longueur est petite; plus, au contraire, la valeur de a est grande, plus cette longueur est considérable. En prenant, pour valeur de a, 330,000,000 mètres, cette longueur, avec un circuit dans lequel serait interposé un électro-

Digitized by Google

aimant dans les conditions de maximum et avec une intensité de 0,23225 *, serait environ 520,936 mètres, ce chiffre de resistance représentant la moyenne des valeurs de l déduites des deux formules (47) et (48). Avec une valeur $a = 760,000,000$, cette longueur serait 900,000, c'est-à-dire celle trouvée par M. Blavier; enfin, en prenant $a = 5,000,000,000$, la même longueur l serait 2,036,500. Il va sans dire qu'avec le circuit simple, ces chiffres seraient beaucoup plus considérables.

Si nous cherchons à déduire la valeur de a dans les conditions où le nombre d'éléments de la pile, pour atteindre une intensité donnée, est infini, on pourra déterminer la valeur minimum des dérivations par les poteaux; elle dépend, comme on le voit d'après les formules précédentes, de la longueur des circuits, et nous pourrons la déduire des équations :

$$aE = RI(a + ld), \qquad 4aE = 2RI(2a + ld),$$

qui donnent :

$$1^\circ \quad a = \frac{RIld}{E - RI}; \qquad 2^\circ \quad a = \frac{RIld}{2(E - RI)}.$$

Or, en faisant $d = \frac{l}{50}$, on trouve, pour un circuit de 50 kilomètres (sans électro-aimant) et une intensité représentée par 0,3 :

$a = 2782931$ ..... $a = 1391465$ dont la moyenne est 2037198;

pour un circuit de 100 kilomètres :

$a = 11131725$ ..... $a = 5565862$ dont la moyenne est 8348793;

* Ce chiffre représente l'intensité du courant résultant d'une pile de Daniell de 60 éléments sur un circuit de 400 kilomètres sans électro-aimant. Avec un électro-aimant cette intensité ne serait plus que 0,11612.

Digitized by Google

pour un circuit de 400 kilomètres :

$a = 178107606$ ..... $a = 89053803$ dont la moyenne est 133580704.

On voit que plus le circuit devient long, plus les dérivations doivent être résistantes, pour qu'on puisse obtenir une même intensité; ce que l'on conçoit d'ailleurs facilement, puisque le nombre de ces dérivations est d'autant plus considérable que le circuit est plus long.

De même qu'on peut déterminer la valeur de n, les quantités a, I et l étant données, de même on peut déterminer la valeur de a ayant, comme données du problème, n, I et l. On tire, en effet :

1° de la formule (41) : 2° de la formule (42) :

$$a = \frac{d\,\mathrm{R}\,l}{\frac{\mathrm{E}}{\mathrm{I}} - \frac{l}{n} - \mathrm{R}} \qquad (49) \qquad\qquad a = \frac{l\,d\left(2\,\mathrm{R} + \frac{l}{n}\right)}{\frac{4\,\mathrm{E}}{\mathrm{I}} - \frac{4\,l}{n} - 4\,\mathrm{R}}. \qquad (50)$$

Ces différents calculs n'ont pas, sans doute, la rigueur mathématique de ceux de M. Blavier, qui a pris les dérivations avec leur véritable résistance, et les a totalisées par l'intégration; mais ils ont l'avantage de présenter des formules très-simples, facilement discutables et qui suffisent pour montrer l'influence de l'isolation des circuits sur les courants transmis par les lignes télégraphiques.

Supposons maintenant qu'on veuille appliquer à un circuit télégraphique le problème que nous avons posé p. 105; il est clair que l'intensité déterminée et par suite la résistance de l'électro-aimant ne seront plus dans les conditions voulues pour fournir, sur un circuit télégraphique, la force f. Il faudra donc faire entrer dans les calculs l'augmentation de résistance que le circuit a subie par suite des dérivations. Or, pour arriver à cela, il

Digitized by Google

faudra déduire les valeurs de n à l'aide des formules (43) et (44) qui donnent :

$$n = \frac{2 l a I}{E a - 2 R I (a + l d)}; \qquad n = \frac{2 (4 a + l d) l I}{4 E a - 4 R I (2 a + l d)},$$

et comme il peut arriver qu'avec des piles disposées entièrement en tension, le produit $4 I R (2 a + l d)$ ne puisse pas se retrancher de $4 E a$, on pourra avoir recours au système de groupement en séries, dont la formule est la même que les deux précédentes, sauf que le facteur b, qui représente le nombre d'éléments en tension, affecte, dans ces deux formules, le numérateur et le premier terme du dénominateur.

D'après ce qui vient d'être dit, on voit de quelle importance serait, pour ceux qui appliquent l'électricité, la détermination exacte de la valeur a. Or, cette détermination ne peut être donnée qu'à la suite de nombreuses expériences faites sur différentes lignes, et dans lesquelles on constaterait la perte d'électricité due aux dérivations. Il suffirait pour cela d'observer les déviations de la boussole sur un circuit télégraphique d'une longueur connue et sur un circuit de même résistance constitué par des bobines et un rhéostat. Un galvanomètre différentiel devrait même être employé dans ce cas pour constater l'égalité parfaite des deux résistances. On ferait ensuite passer le courant d'un élément à travers la boussole des sinus, et la comparaison des sinus des angles observés dans ces trois expériences donnerait : 1° le rapport qui existe entre la valeur proprement dite de I dans la formule de la pile et les déviations de l'instrument ; 2° le rapport des deux intensités électriques sur les deux circuits. Connaissant ces rapports, la valeur de I dans nos formules peut se trouver calculée en fonction de E et de R comme nous l'avons vu page 83, et par suite la valeur de a peut être

Digitized by Google

calculée au moyen des formules (49) (50). Jusqu'à présent nous n'avons d'autres données à cet égard que le chiffre 5,000,000,000, que M. Blavier a déduit; mais il nous semble un peu élevé pour nos formules; car dans le cas le plus défavorable des dérivations, il n'abaisse pas assez la valeur de I pour correspondre aux effets observés. Ainsi, si nous l'employons dans la formule (42) avec un circuit de 400,000 mètres, on aura I = 0,517. Or, avec la formule ordinaire, on aurait eu I = 0,609, qui en est bien rapproché. Avec un circuit de 100 kilomètres, la différence entre les intensités déduites de ces deux manières est à peine appréciable *. Jusqu'à preuve contraire nous considérerons le chiffre 380,000,000 comme le plus susceptible d'être approprié à nos formules. Il correspond à une perte de force d'environ 2/3 sur un circuit de 400 kilomètres, augmenté de la résistance de l'appareil télégraphique, et c'est à peu près ce que l'expérience indique. D'ailleurs, il peut comprendre en même temps le coefficient d'absorption par l'air humide, lequel, étant en rapport avec la longueur de la ligne, se trouve intimement lié avec la quantité $\frac{a}{d}$.

Maintenant on peut comprendre parfaitement pourquoi il est impossible de préciser *à priori* le rapport de conductibilité qui existe entre deux circuits matériellement équivalants en résistance, dont l'un est constitué par un fil de ligne télégraphique, l'autre par des bobines de résistance; car ce rapport varie avec les différentes valeurs des quantités a, I, d et l; mais si ces éléments de

* Il est probable que l'élévation considérable de la valeur de a, déduite des formules de M. Blavier, vient de l'introduction qu'il a faite d'une seconde constante m, qui dépend de la nature de la dérivation; c'est, dit-il, la résistance de la dérivation qui correspond à l'unité de longueur. S'il n'existait pas de dérivation, il faudrait faire m infini.

Digitized by Google

calcul sont donnés, on peut arriver à le déduire approximativement.

Dans son remarquable travail, Ohm entre dans des considérations sur les effets d'un circuit mis en communication avec un condensateur, sur la distribution des tensions dans l'état permanent quand l'air avoisinant exerce une influence appréciable sur le circuit, sur les effets produits par les courants sur les multiplicateurs; mais ces considérations n'ayant pas un rapport immédiat avec les applications électriques, je me contenterai de renvoyer le lecteur au travail original d'Ohm (traduction de Gaugain), et à plusieurs mémoires publiés sur cette question dans les *Annales télégraphiques* (année 1858 et 1859).

III

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LES LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES.

Un raisonnement purement théorique, déduit des lois de la propagation de la chaleur, avait été, comme nous l'avons vu, l'origine des déductions d'Ohm relatives à la propagation de l'électricité. L'expérience directe fut, au contraire, pour M. Pouillet, le point de départ de ses belles recherches sur les lois des courants électriques, qui se trouvèrent dès lors échafaudées sur une base certaine et non contestable. Par un hasard heureux, la théorie et l'expérience ont conduit aux mêmes déductions; mais de ce que le travail d'Ohm ait précédé celui de M. Pouillet, il ne s'ensuit pas pour cela que ce dernier savant ne doive pas avoir une large part dans la découverte des lois si importantes des courants électriques, puisque, indépendamment de la question mathématique, qui a été traitée d'une manière particulière par M. Pouil-

Digitized by Google

let, et différente de celle d'Ohm, le travail de notre illustre compatriote a été la consécration des lois qui sont la base de toutes les applications électriques. C'est d'ailleurs M. Pouillet qui a attiré l'attention des physiciens sur cette question, et qui a fait sortir de l'oubli le beau travail d'Ohm, auquel on n'ajoutait qu'une très-médiocre confiance. C'est donc à tort, selon moi, qu'on désigne toujours les lois des courants électriques sous le nom de *lois d'Ohm;* on devrait plutôt dire *lois d'Ohm et de Pouillet.*

Quoi qu'il en soit, pour arriver par l'expérience aux lois des courants électriques, M. Pouillet dut avoir recours à un instrument qu'il avait imaginé et que nous connaissons tous sous le nom de *boussole des tangentes.* Avec un pareil instrument, les déviations de l'aiguille pouvaient fournir des rapports exacts entre diverses intensités de courant, puisque ces intensités sont, dans ce cas, proportionnelles aux tangentes des angles de déviation. Il prit donc un fil de cuivre parfaitement homogène recouvert de soie d'un diamètre vérifié, et avec lequel il fit des séries de longueurs différentes de 5, de 10, de 40, de 70 et de 100 mètres. Il les enroula en couronne en les enveloppant d'un ruban, et les disposa de manière que les deux extrémités recourbées en crochet pussent aisément plonger dans des godets de mercure mis en communication avec la boussole. En faisant passer à travers ces différents fils et la boussole le courant d'un élément dans de bonnes conditions de constance, il examina successivement les déviations de la boussole et obtint les résultats suivants :

Résistances.	Déviations observées.	Tangentes des déviations.
R	62° 00′	1,880
R + 5 mètres	40° 20′	0,849
R + 10 »	28° 30′	0,543
R + 40 »	98° 45′	0,172
R + 70 »	6° 00′	0,105
R + 100 »	4° 15′	0,074

Digitized by Google

En employant la formule $R = \frac{I' r}{I - I'}$, dont nous avons parlé page 22, il put déterminer la valeur de R, et cette valeur trouvée, il put, en l'ajoutant aux résistances des divers fils, constater, par les rapports des résistances totales entre elles et par les rapports correspondants des tangentes des déviations, les lois de l'intensité des courants suivant la longueur des circuits.

En effet, en prenant pour valeur de I', 0,849, pour pour valeur de r, 5 mètres, et pour valeur de I, 1,880, la formule précédente donne :

$$R = \frac{0,849 \times 5}{1,880 - 0,849} = 4,119.$$

En opérant de la même manière, avec les autres données expérimentales, il obtint successivement pour valeur de R, 4,06, 4,01, 4,14, 4,09, quantités peu différentes les unes des autres, et dont la moyenne est 4,08. Or, en ajoutant cette valeur aux différentes résistances qu'il avait employées, il trouva que les longueurs réduites du circuit étant représentées par 4,08, 9,08, 14,08, 44,08, 74,08, 104,08, les rapports $\frac{104,08}{4,08}$, $\frac{104,08}{9,08}$, $\frac{104,08}{14,08}$, etc., correspondaient exactement avec les rapports $\frac{1,880}{0,74}$, $\frac{0,849}{0,74}$, $\frac{0,543}{0,74}$, etc., et il put en conclure que l'intensité des courants est en raison inverse de la longueur réduite des circuits qu'ils parcourent.

La loi relative à la section a pu être vérifiée par une série d'expériences semblables à la précédente, en mettant successivement dans le circuit des fils de même nature et de même longueur, mais de diamètres différents, et en déterminant dans chaque cas la valeur de la résistance totale, ou bien celle de la diminution ou de l'augmenta-

Digitized by Google

tion que cette résistance devait éprouver par la substitution de fils de diamètres différents les uns aux autres.

Enfin, la loi relative à l'uniformité de l'intensité du courant en tous les points d'un circuit hétérogène, laquelle peut être théoriquement déduite de la loi des sections, a pu être vérifiée par MM. Fechener et Delarive en composant un circuit de différents conducteurs et en faisant osciller sur chacune des parties différentes de ce conducteur une aiguille aimantée (ces différentes parties étant successivement placées dans le plan du méridien magnétique). L'expérience démontre, en effet, que l'aiguille accomplit, dans le même temps, le même nombre d'oscillations, quelle que soit la partie du conducteur sur laquelle elle est placée.

Quant à la loi relative à la conductibilité, elle était la conséquence de la définition même qu'on a donnée de la conductibilité des corps; mais comme cette conductibilité est une propriété de la matière qui varie d'une manière fixe d'un corps à un autre, les coefficients de conductibilité pouvaient être établis une fois pour toutes, et il devenait dès lors facile de déterminer la valeur réduite d'un circuit, connaissant seulement sa longueur et sa section. Des différentes méthodes employées pour la détermination numérique de ces coefficients, celle que M. Becquerel a employée paraît être la plus certaine, en raison de l'emploi qu'il a fait du galvanomètre différentiel, instrument qui lui fournissait des moyens faciles et exacts de comparaison. Pour cela il obligeait le courant à se partager entre les deux fils du galvanomètre, de manière que chacune des deux portions cheminât en sens inverse l'une de l'autre; en introduisant dans ces deux circuits partiels des fils de différente nature et de même diamètre, il pouvait toujours, en les raccourcissant ou en les allongeant, ramener l'aiguille du galvanomètre à zéro, et

Digitized by Google

juger ainsi quelles étaient les longueurs des fils métalliques équivalentes en conductibilité. M. Éd. Becquerel, par une méthode du même genre que la précédente, mais plus perfectionnée, est arrivé à établir de la manière suivante les pouvoirs conducteurs des différentes métaux, et les chiffres qu'il a donnés sont ceux qui sont regardés jusqu'à présent comme les plus exacts :

Cuivre	100,0	Platine	16,4
Or	93,6	Fer	15,8
Argent	73,6	Étain	15,5
Zinc	28,5	Plomb	8,3

La conductibilité des métaux varie du reste suivant leur état moléculaire. Ainsi, les métaux *recuits* sont beaucoup plus conducteurs que les métaux écrouis, et la différence de conductibilité est d'autant plus grande que les métaux sont eux-mêmes plus conducteurs. Le degré de température de ceux-ci influe également sur leur conductibilité. Plus cette température est élevée, moins est grande cette conductibilité, ce qui est précisément le cas inverse des liquides.

La question des conductibilités est une des questions de la physique les plus intéressantes; mais comme elle nous ferait sortir du cadre que nous nous sommes tracé dans cet ouvrage, si nous voulions la traiter complétement, nous dirons seulement, à titre de renseignement utile pour les applications, que le liquide le plus conducteur, qui est la solution de sulfate de cuivre, est, à section égale, 16 millions de fois moins conducteur que le cuivre, et que les solutions salines ou acides sont toutes, sauf deux exceptions, meilleurs conductrices que les liquides purs.

Toutes les expériences qui ont été faites pour la vérification de différentes lois des courants électriques n'ont été exécutées que sur des corps bons conducteurs et avec l'électricité dynamique des piles. Or, il était important

Digitized by Google

de savoir si ces lois étaient applicables à l'électricité statique et aux transmissions lentes à travers les corps médiocrement conducteurs. C'est ce qu'a fait M. Gaugain dans une série de travaux qu'il a communiqués successivement à l'Académie des sciences.

Un premier point devait d'abord être établi d'une manière positive : c'était celui de savoir si l'électricité fournie par les machines électriques, qui se tient exclusivement, à l'état statique, à la surface des conducteurs sur lesquels elle a été accumulée, peut, à l'état de mouvement, traverser la masse même de ces corps comme le fait l'électricité dynamique fournie par les piles*. M. Gaugain, par des expériences très-intéressantes, a démontré qu'il en était ainsi, et par conséquent que la loi d'Ohm et de Pouillet, relativement aux sections, était aussi bien applicable à l'électricité de tension en mouvement qu'aux courants voltaïques. Il a pu même constater *que le flux électrique qui traverse l'unité de surface a la même valeur dans toute l'étendue d'une même section pratiquée parallèlement à la base du cylindre conducteur.*

M. Gaugain a recherché ensuite si les lois de la conductibilité, par rapport à la longueur des conducteurs, se vérifieraient dans le genre de transmission électrique dont nous parlons, et ses conclusions ont été pour l'affirmative. Ainsi, il a reconnu que si deux conducteurs, maintenus à des tensions différentes T et t, sont mis en communication par un corps de longueur l qui n'est conducteur que par la légère couche d'humidité qui se dépose à sa surface, le flux d'électricité qui se propage le long de ce conducteur (quand les tensions sont arrivées à l'état permanent) est en raison directe de la

* Cette propriété résulte de la loi même de la proportionnalité de l'intensité électrique aux sections des conducteurs.

Digitized by Google

différence (T — t) et en raison inverse de la longueur l.

La tension considérable de l'électricité qu'il employait lui permettant d'apprécier facilement la différence des tensions du fluide pendant sa décharge lente, M. Gaugain a voulu s'assurer si le flux électrique était proportionnel à la tension de la source ou à la force électro-motrice. Il a reconnu que, conformément aux lois d'Ohm, cette proportionnalité existait bien, et même que le décroissement de la tension était uniforme.

Enfin, M. Gaugain a démontré que les lois des courants dérivés qui se rapportent à la formule $r = \frac{ab}{a+b}$ sont applicables aux courants d'électricité de tension transmis par des corps médiocrement conducteurs.

Quant à la loi des sections, M. Gaugain a trouvé qu'elle se compliquait d'un élément nouveau dont l'électricité de tension pouvait seule révéler l'existence, et qui joue, comme on le verra plus tard, un rôle important dans les phénomènes que présente la transmission électrique dans l'état variable des tensions. Cet élément nouveau est ce que M. Gaugain appelle *la charge dynamique*.

Imaginons qu'un mauvais conducteur de forme cylindrique, tel qu'un fil de coton, ait été mis en communication d'une part avec le sol, de l'autre avec une source constante d'électricité, et supposons qu'on ait laissé passer l'électricité pendant un temps assez long pour que la distribution des tensions soit parvenue à l'état permanent ; si l'on supprime brusquement les communications établies avec le sol et avec la source, et qu'on mesure la quantité d'électricité qui reste sur le conducteur isolé, on constate une charge électrique qui représente précisément *la charge dynamique*. Or, voici les phénomènes généraux que présente cette charge dynamique :

1° Deux conducteurs de même nature et de même lon-

Digitized by Google

gueur, mais de formes différentes, peuvent prendre des charges dynamiques très-différentes, bien qu'ils transmettent des flux d'électricité rigoureusement égaux lorsque l'état permanent est établi ;

2° Si l'on fait varier la section d'un conducteur sans modifier sa surface extérieure, le flux transmis dans l'état permanent des tensions varie comme la section, mais la charge dynamique est absolument invariable ;

3° La charge dynamique que prend un conducteur cylindrique mis en communication avec une source d'électricité déterminée, est toujours la moitié de la charge statique que prendrait ce même conducteur, s'il était isolé et mis en communication avec la même source.

Pour toutes ces recherches, M. Gaugain a opéré sur des fils de coton bien homogènes et non tordus et sur des colonnes d'huile grasse renfermées dans des cylindres de gomme laque. Avec de pareils conducteurs le flux électrique se propage si lentement qu'on peut en suivre en quelque sorte la marche, à l'aide d'un électroscope, sur une longueur de quelques mètres seulement, et c'est grâce à cette lenteur de transmission que M. Gaugain a pu étudier les lois de la propagation électrique dans l'état variable des tensions, comme nous le verrons à l'instant.

Depuis la découverte des lois des courants électriques, plusieurs physiciens ont entrepris d'en faire la vérification. Parmi eux nous citerons en première ligne M. Despretz, qui a fait sur ce sujet un travail des plus intéressants, inséré dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences* (année 1852), et duquel il ressort que, sauf la variation des constantes des piles voltaïques avec la résistance du circuit extérieur, qui n'a pas été admise par Ohm, et qui résulte de réactions particulières, ces lois peuvent être considérées comme mathématiquement vraies. (Voir les notes C, D, F à la fin du volume.)

Digitized by Google

IV

LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES DANS L'ÉTAT VARIABLE DES TENSIONS.

Nous avons expliqué, page 13, comment, en partant de l'assimilation qu'il avait faite de la propagation de l'électricité à la propagation de la chaleur, Ohm avait été conduit à considérer deux sortes d'états des courants électriques : l'un, dans lequel le courant ayant atteint son intensité maximum, se trouve dans des conditions telles que l'état permanent des tensions aux différents points du circuit se trouve établi; l'autre, au contraire, dans lequel le flux électrique, n'ayant pas encore eu le temps de se propager entièrement dans le circuit, détermine un courant dont l'intensité n'est pas la même aux différents points de ce circuit. C'est ce dernier état qui constitue ce que Ohm a appelé l'*état variable des tensions*, et l'on comprend aisément, d'après cette simple définition, que les lois que nous avons étudiées précédemment ne peuvent lui être appliquées *.

* On peut se rendre facilement compte de ces différents effets, en les assimilant à ceux que présenterait la propagation de la chaleur en pareils cas. Effectivement, si on examine comment le calorique se propage dans une barre qu'on chauffe par l'une de ses extrémités, on s'assure d'abord que la chaleur se communique de proche en proche et qu'à mesure qu'elle s'étend, les parties primitivement échauffées acquièrent une quantité de chaleur de plus en plus grande, jusqu'à ce que la partie non échauffée perde, par son contact avec l'air, autant de chaleur qu'elle en gagne par la transmission calorifique à travers la barre. Quand cet état est produit, l'équilibre calorifique a lieu, et la distribution de la chaleur sur toutes les parties de la barre reste dès lors toujours la même; c'est ce qui constitue son état calorifique permanent. Mais avant qu'une barre métallique n'arrive à cet état, il faut un temps plus ou moins long, suivant

Digitized by Google

Ohm a exprimé, par une formule assez complexe, la valeur de la tension d'un point quelconque d'un circuit dans cet état variable des tensions; mais il résulte de cette formule une conséquence très-importante, c'est que *le temps nécessaire pour l'établissement de l'état permanent des tensions est proportionnel aux carrés des longueurs des circuits.* (Voir la note B de la traduction de M. Gaugain.) M. Gaugain, au moyen de ses expériences faites sur de mauvais conducteurs, est parvenu à démontrer expérimentalement

son degré de conductibilité calorifique, et pendant ce temps chacun des points du corps chauffé change sans cesse de température.

Maintenant, si au lieu de considérer une barre chauffée progressivement par l'une de ses extrémités, on imagine deux barres, dont l'une, chauffée au rouge, aura été mise en contact par l'une de ses extrémités avec l'autre barre, on comprendra aisément que la partie de la barre rouge mise en contact avec la barre froide devra immédiatement noircir, et que le refroidissement devra gagner de proche en proche dans la barre rouge, à mesure que la chaleur se propagera dans la barre froide. Or, si on mesurait la température des deux barres, l'une en son point de contact avec la barre froide, l'autre à son extrémité la moins chaude, on verrait qu'aussitôt après que celle-ci aurait commencé à s'échauffer, l'augmentation progressive de sa chaleur correspondrait exactement à la diminution de chaleur de la barre chauffée.

Enfin, pour compléter l'analogie, imaginons qu'une barre maintenue à une température ambiante de 50 degrés soit mise en communication par ses deux extrémités, d'un côté avec de l'eau bouillante, de l'autre avec de la glace fondante : un double mouvement calorifique aura lieu; car l'une des extrémités de la barre se refroidira, tandis que l'autre extrémité s'échauffera; et comme la température de cette barre est une température moyenne entre celle de la source chaude et celle de la source froide, les deux mouvements calorifiques seront égaux et s'effectueront en sens contraire avec la même vitesse. De sorte que, quand l'état calorifique permanent de la barre sera établi, le point milieu de celle-ci restera à sa température normale, parce que la quantité de chaleur qu'il gagnera d'un côté sera perdue de l'autre. Ce cas de la transmission calorifique est exactement celui de la transmission électrique dans un circuit de pile, et nous explique pourquoi le mouvement électrique semble mettre plus de temps à parvenir au milieu du circuit qu'à se propager d'une extrémité à l'autre du même circuit.

Digitized by Google

cette loi et plusieurs autres très-importantes qu'il a formulées de la manière suivante :

1° La durée de la propagation est indépendante de la tension de la source. (« Il faut bien remarquer, dit-il, que cette loi n'est vraie qu'autant que l'on définit cette durée de la propagation, le temps qui s'écoulera depuis l'instant où les communications électriques auront été établies jusqu'au moment où la tension du conducteur arrivera à l'état permanent. Si, au lieu de demander quel est le temps nécessaire pour que l'état permanent s'établisse, on demandait quel est le temps nécessaire pour qu'un point donné du conducteur parvienne à une tension déterminée, il est bien évident qu'alors la tension de la source cesserait d'être indifférente. »)

2° Lorsque les dimensions du conducteur restent constantes, la durée de la propagation varie en raison inverse de la conductibilité ;

3° Quand la conductibilité et la section sont invariables, la durée de la propagation est proportionnelle au carré de la longueur du conducteur ;

4° Quand la nature et la longueur du conducteur restent constantes, ainsi que la *charge dynamique*, que l'aire de la section varie seule, la durée de la propagation est en raison inverse de cette aire ;

5° Enfin, lorsque la conductibilité, la longueur et l'aire de la section sont invariables, mais que la forme de la section est modifiée de manière à faire varier la charge dynamique, la durée de la propagation est proportionnelle à cette charge.

Ces diverses lois peuvent être résumées dans la formule suivante :

$$T = \frac{Cl^2}{k\omega};$$

T désignant la durée de la propagation ;

Digitized by Google

k la conductibilité;

l la longueur du conducteur cylindrique;

ω l'aire de la section;

C la quantité d'électricité qui constituerait, à l'état statique, la charge du conducteur, si ce conducteur était réduit à l'unité de longueur, isolé, et mis en communication par l'une de ses extrémités avec une source dont la tension fût égale à l'unité de tension.

Comme la durée de la propagation est dans les bons conducteurs excessivement minime, les expériences nécessaires pour déterminer les lois des courants dans l'état variable des tensions ne pouvaient être faites qu'avec des corps mauvais conducteurs, comme ceux employés par M. Gaugain, ou avec des circuits métalliques d'une très-grande longueur étendus en ligne droite. Sans doute, les déductions fournies par le premier système d'expérimentation ne sont rigoureusement applicables qu'à des corps mauvais conducteurs; mais comme on a vu par d'autres expériences de M. Gaugain que les lois des courants électriques, pour les bons conducteurs, dans l'état permanent des tensions, sont applicables aux corps mauvais conducteurs, on peut en inférer que les lois que M. Gaugain a établies pour la transmission à travers les corps mauvais conducteurs dans l'état variable des tensions, sont également applicables aux circuits bons conducteurs. Quoi qu'il en soit, il était intéressant de faire directement l'expérience, et c'est ce qu'a entrepris M. Guillemin.

Les expériences de ce savant ont été faites de nuit sur des circuits télégraphiques de 520 et de 570 kilomètres de longueur. Il a opéré à l'aide d'un instrument (que nous décrirons plus loin), au moyen duquel il pouvait augmenter ou diminuer à volonté, dans une proportion connue, la durée des fermetures de courant, et un galvanomètre interposé dans une dérivation du circuit lui per-

Digitized by Google

mettait d'apprécier, par les plus ou moins grandes déviations de son aiguille, la force plus ou moins grande du courant. Enfin, pour obtenir des effets continus, un mouvement rapide et uniforme était communiqué à l'appareil. Voici les résultats qui ont été obtenus avec une pile de 66 éléments de Bunsen :

Pour des fermetures de circuit de 0″,0019, la déviation du galvanomètre a été 0°,50; pour des fermetures de 0″,0240, cette déviation s'est trouvée portée à 19°,50, en passant par des accroissements successifs toujours en rapport avec l'augmentation des durées de fermeture du courant. Au delà de 0″,0240, la déviation restait fixe à 19°,50.

D'autres séries d'expériences faites avec un mouvement différent de son appareil lui ayant donné le même chiffre de durée pour correspondre au maximum galvanométrique, il était en droit de conclure que les chiffres qu'il avait obtenus n'étaient pas entachés d'erreurs instrumentales et que la durée de la période variable dans un circuit de 520 kilomètres était vingt-quatre millièmes de seconde.

Ayant établi cette première donnée, il s'agissait de déterminer les lois de la transmission électrique dans cette période variable, et après une série d'expériences dans le détail desquelles nous allons entrer bientôt, M. Guillemin put s'assurer :

1° Qu'à l'extrémité du fil en communication avec la terre, le courant, d'abord d'une intensité très-faible, augmente peu à peu et atteint bientôt, en suivant une marche croissante, une intensité qu'il ne dépasse plus quand on continue d'augmenter la durée des contacts;

2° Qu'à l'extrémité du fil en communication avec la pile, l'intensité du courant suit une marche inverse et décroissante à mesure que la durée du contact du fil avec

Digitized by Google

la pile augmente; puis, au bout d'un certain temps, la déviation reste constante et plus grande que celle que l'on obtient à l'autre extrémité du fil;

3° Que le temps nécessaire à l'établissement de l'état permanent est le même dans les deux cas;

4° Que les phénomènes d'induction produits par les courants ne se manifestent que pendant l'état variable.

5° *Que le temps nécessaire à l'établissement de l'état permanent croît plus vite que la simple longueur du circuit, mais moins rapidement que le carré de cette longueur;*

6° *Que ce temps diminue quand le nombre des éléments de la pile augmente, mais dans une proportion beaucoup moins rapide que le nombre des éléments;*

7° Que la grandeur des éléments de la pile n'exerce aucune influence sur la durée de la propagation électrique;

8° *Que cette durée dépend aussi de l'état d'isolement du circuit, et que, si le fil est bien isolé, cette durée est moins grande que dans le cas contraire;*

9° Enfin, que le sens d'une charge électrique qui traverse le circuit avant l'émission d'un courant augmente ou diminue la durée de la propagation suivant que cette première charge est dans le sens ou en sens contraire du courant envoyé.

Quelques-unes de ces déductions diffèrent un peu de celles auxquelles M. Gaugain a été conduit par ses expériences; mais il ne faut pas qu'on s'en étonne : car M. Gaugain, en opérant dans un lieu parfaitement sec et avec un circuit complétement isolé, n'était pas dans les mêmes conditions expérimentales que M. Guillemin, qui avait à lutter contre les courants accidentels atmosphériques et les dérivations par les poteaux télégraphiques, dérivations toujours très-grandes, surtout la nuit, à cause de la rosée. Il peut donc se faire que les lois de la durée

Digitized by Google

de propagation, par rapport à la longueur du circuit et à la tension de la source électrique, déterminées par MM. Ohm et Gaugain, n'aient été par le fait que dissimulées dans les expériences de M. Guillemin, par suite de l'isolement toujours imparfait du circuit télégraphique. Je serais d'autant plus porté à le croire que, d'après les expériences même de ce savant, la durée de la propagation étant d'autant plus longue que les circuits sont plus mal isolés, les chiffres de cette durée, par rapport à des longueurs différentes de circuits, sont, dans les expériences faites sur le circuit télégraphique, plus forts qu'ils ne devraient être réellement. Dès lors ils ne peuvent plus être proportionnels aux carrés de ces longueurs et doivent être effectivement dans un rapport plus faible. Supposons, en effet, que deux circuits soient représentés par 4000 et par 8000, et que la durée de la propagation pour le circuit 4000 soit 2 ; la durée de la propagation pour le circuit 8000 sera 8, car on devra avoir 2 : 8 :: 16000 : 64000, et le rapport de cette proportion est 4. Or, supposons que, par suite des dérivations du circuit, les durées 2 et 8 soient portées à 3 et 9, on aura $\frac{9}{3} = 3$, et par conséquent le rapport d'accroissement de la durée de la propagation sera plus faible que le rapport des carrés des longueurs qui sera toujours 4. De même, on comprendra que la durée de la propagation peut être indépendante de la tension de la source avec un circuit complétement isolé, et être, au contraire, dépendante de la tension de cette source avec un circuit mal isolé; car, d'après les formules d'Ohm, les dérivations réagissent surtout en augmentant la résistance du circuit (voir page 71), *et sont d'autant plus nuisibles que la pile se compose d'un moins grand nombre d'éléments* (voir page 116). Par conséquent, la durée de la propagation, qui avait été augmentée par l'effet

Digitized by Google

des dérivations, peut se trouver réduite par suite de l'augmentation de la pile et se rapprocher dès lors de son véritable chiffre.

Ainsi, il est très-probable que les lois de MM. Gaugain et Guillemin sont au fond les mêmes, et qu'elles ne diffèrent que par les conditions d'isolement du circuit. Nous allons maintenant laisser parler M. Guillemin lui-même.

« L'appareil que j'ai employé pour ces recherches, dit M. Guillemin, se compose essentiellement d'un cylindre de bois BD, fig. 4 ci-dessous, de 180 millimètres de long et de 100 millimètres de circonférence, qui porte à sa surface une plaque métallique AB, représentant à peu

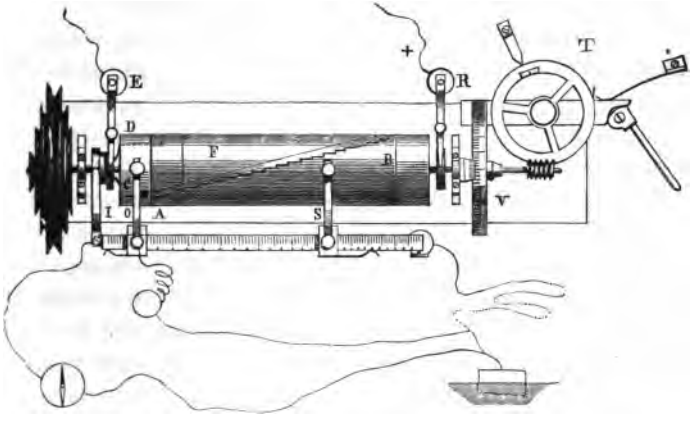

Fig. 4.

près un triangle rectangle, dont le plus grand côté adjacent à l'angle droit est disposé suivant la génératrice du cylindre. Cette lame présente 40 millimètres dans sa partie la plus large et 3 dans sa plus petite largeur. Une petite lame C rectangulaire, d'un millimètre de large, ap-

Digitized by Google

pelée *lame de dérivation*, est placée sur le prolongement du grand côté de la première. Une troisième lame métallique F couvre la plus grande partie de la surface du cylindre laissée libre par la première lame. Ces trois lames sont d'ailleurs isolées les unes des autres, et communiquent chacune avec des viroles métalliques, sur lesquelles s'appuient des ressorts d'acier. La lame triangulaire est mise en communication par le ressort R de sa virole avec le pôle positif de la pile dont le pôle négatif communique à la terre. Un ressort S, mobile parallèlement à l'axe de rotation et qui communique avec l'un des bouts du fil de ligne, appuie sur la surface du cylindre et se trouve à chaque révolution en contact avec le pôle positif de la pile par l'intermédiaire de la lame triangulaire.

« Si on imprime au cylindre un mouvement de rotation uniforme et déterminé, il est évident que la durée de ce contact augmentera ou diminuera suivant qu'on poussera le ressort mobile vers la partie large ou vers la partie étroite de la lame métallique, et un vernier V, disposé sur l'axe du cylindre, pourra mesurer, avec le secours d'un compteur T et d'un chronomètre, la durée de ces contacts. Un cinquième ressort O, qui passe sur la lame de dérivation, sert à fermer un circuit de dérivation établi à l'autre bout du fil de ligne, un instant avant que le contact du premier bout du fil de ligne avec le pôle positif soit interrompu.

« L'extrémité du fil de ligne à laquelle est adapté le circuit de dérivation est en communication permanente avec la terre. Si, d'ailleurs, l'intervalle de dérivation est convenablement choisi et s'il reste constant pendant une même expérience, il est évident que la durée du courant dérivé étant toujours la même, à cause du mouvement uniforme de rotation de l'appareil, un galvanomètre placé dans ce circuit donnera des déviations dont les intensités

Digitized by Google

correspondantes seront proportionnelles à l'intensité du flux électrique qui traverse l'extrémité du fil. Lorsque ces deux contacts établis par la lame triangulaire et par la lame de dérivation auront cessé, il est clair que la troisième lame métallique F, qu'on aura fait communiquer avec un fil de terre, par le ressort E de sa virole, établira la communication avec la terre du bout du fil de ligne qui, tout à l'heure, communiquait avec la pile, et en facilitera ainsi la décharge, ce qui est une condition indispensable au succès de l'expérience.

« Au mois de septembre dernier, pendant un voyage à Nancy, j'ai exécuté cet appareil avec mon ami, Émile Burnouf, et nous avons fait en commun des expériences sur les fils aboutissant dans cette ville, que le directeur de l'administration des lignes télégraphiques, M. Alexandre, a eu l'obligeance de mettre à notre disposition. Ces expériences nous ont conduit aux résultats suivants :

« 1° A l'extrémité du fil en communication avec la terre, le courant, d'abord d'une intensité très-faible, augmente peu à peu et atteint bientôt, en suivant une marche croissante, une intensité maximum, qu'il ne dépasse plus quand on continue d'augmenter la durée des contacts du fil avec la pile.

« Cette période croissante, représentant l'état variable du courant, a été constante pour quatre fils de différentes longueurs. Sur la ligne partant de Nancy, passant par Strasbourg, Mulhouse, Vésoul et revenant à Nancy, d'une longueur de 520 kilomètres environ, deux expériences, faites le 4 et le 6 octobre, de dix heures du soir à minuit, par un temps très-beau, avec 66 éléments de Bunsen, ont donné, pour le temps nécessaire à l'établissement de l'*état permanent*, l'une et l'autre, 0,024 de seconde, bien que la vitesse de rotation constante dans chacune ne fût pas la même dans les deux expériences.

Digitized by Google

Voici la série obtenue le 4 octobre : la première ligne représente les indications du galvanomètre, et la seconde la durée des contacts du fil avec la pile exprimée en fractions de seconde :

0° 50	3°,50	10°	16°,50	17°
0″,0019	0″,0030	0″0055	0″0070	0″,0090
18°	18°,50	18°75	19°	19°,50
0″,0120	0″,0150	0″,0190	0″,0220	0″,0240
19°,50				
0″,0260				

« En augmentant encore la durée du contact avec la pile, la dérivation restait fixe à 19°,50.

« 2° A l'extrémité du fil en communication avec la pile, l'intensité du courant suit une marche inverse et décroissante à mesure que la durée du contact du fil avec la pile augmente ; puis, au bout d'un certain temps, la déviation reste constante et plus grande que celle qu'on obtient à l'autre extrémité du fil.

« Ce résultat, que nous avions prévu, s'explique facilement. Au moment où le contact du pôle de la pile et du fil est établi, l'électricité se précipite en grande quantité dans le conducteur, parce qu'il n'existe aucune tension qui lui fasse obstacle ; mais à mesure que le fil se charge, la différence des tensions est de moins en moins grande, et le flux de plus en plus faible, le flux étant proportionnel à la différence des tensions.

« Si la déviation est plus forte au bout du fil en communication avec la pile qu'à l'autre extrémité, cela tient évidemment à l'isolement imparfait du fil. En effet, la perte par les supports et par l'air a toujours été très-notable dans toutes nos expériences et surtout la nuit, à cause du dépôt de la rosée. Il est infiniment probable que, si le fil était parfaitement isolé, les deux déviations seraient les mêmes.

Digitized by Google

« 3° Le temps nécessaire à l'établissement de l'état permanent est le même dans les deux cas.

« On peut ajouter qu'il est le même pour tous les points du fil. Cette dernière expérience a été faite par un temps humide; il est remarquable que le mauvais isolement n'ait point masqué la loi.

« Enfin, nous avons eu recours au phénomène d'induction pour contrôler les indications données par la dérivation. Le fil inducteur d'une bobine a été placé dans le circuit de dérivation, et les deux bouts du fil induit ont été réunis à l'aide du fil du galvanomètre. A l'extrémité du fil de ligne en contact avec la terre, l'induction, faible d'abord pour les plus petites durées des contacts du fil et de la pile, a augmenté graduellement pour diminuer ensuite, et devenir nulle au moment où l'état permanent s'établissait. Cette dernière observation peut se résumer en ces termes :

« 4° L'induction ne se produit que pendant l'état variable.

« La formule d'Ohm et les expériences de M. Gaugain indiquent que, sur les conducteurs de même nature, de même section et de longueurs différentes, le temps nécessaire à l'établissement de l'état permanent doit varier comme les carrés des longueurs. Trois expériences, faites sur des fils dont la longueur variait du simple au quadruple, ont paru indiquer que ce temps croît plus vite que la simple longueur, mais moins rapidement que le carré. Sur deux de ces lignes, il se produisait des phénomènes d'induction d'une partie du fil sur l'autre; cette circonstance nous oblige à ne pas transcrire ici les nombres obtenus.

« Une question importante restait encore à examiner : c'était de savoir si les indications de l'appareil étaient indépendantes des conditions accessoires de l'expérience, par exemple de la sensibilité plus ou moins grande du

Digitized by Google

galvanomètre, de la nature de l'intervalle de dérivation et de la distance relative des points du sol où plongent les fils de terre.

« Pour la résoudre, plusieurs galvanomètres ont été placés successivement dans le circuit de dérivation, et la sensibilité de chacun d'eux a été sensiblement modifiée, sans que la durée de l'état variable ait subi de changement notablement supérieur au degré d'approximation dont mon appareil était susceptible, c'est-à-dire à 1/40 près.

« La distance relative des points du sol où les fils de terre sont immergés a été portée de 15 ou 20 mètres à 3,500 mètres sans qu'il en résultât de variation sensible.

« Il est difficile de prendre un intervalle de dérivation sur le fil de ligne; mais il suffit de placer entre l'extrémité du fil et la terre un petit fil métallique de 1/4 ou 1/5 de millimètre de diamètre et de 200 ou 300 mètres de longueur, pour avoir sous la main une résistance équivalente à plusieurs kilomètres de fil de ligne; on prend alors facilement le courant dérivé au bout de ce fil d'un faible diamètre. Or, en employant des fils de longueur et de nature différentes, en substituant même des colonnes liquides de quelques centimètres de hauteur à ces mêmes fils, la durée des contacts nécessaires à l'établissement de l'état permanent n'a subi que des variations négligeables.

« Le nombre des éléments de la pile produit une différence toujours très-marquée. Vingt-cinq expériences dans lesquelles le nombre des éléments de Bunsen a varié de 10 à 60 ont montré :

« 1° Que le temps nécessaire à l'établissement de l'état permanent diminue quand le nombre des éléments ou autrement la tension augmente. Mais cette diminution a lieu dans une proportion beaucoup moins rapide que le nombre des éléments ;

Digitized by Google

« 2° Qu'en réunissant pôle à pôle plusieurs piles égales, ou, ce qui revient au même, en augmentant la surface des éléments, on n'observe pas de différence bien notable dans ce temps.

« A l'appui des propositions précédentes, il me sera permis de citer quelques nombres provenant des expériences faites dernièrement à Paris :

« Ligne de Paris, Tours, Le Mans avec retour à Paris (d'environ 550 kilomètres), nuit du 3 au 4 février. Pour 20 éléments le temps est en fraction de seconde 0″,021; pour 20 éléments à surface triple, encore 0″,021, et pour 60 éléments, 0″,018 ;

« Ligne de Paris-Lisieux, Le Mans-Paris (d'environ 570 kilomètres), nuit du 12 au 13 février : 10 éléments, 0″,022; 20 éléments, 0″,019. Le temps diminuait encore jusqu'à 80 éléments. Sur cette même ligne, dans la nuit du 26 au 27 février, 20 éléments, chargés avec de l'acide nitrique affaibli par un usage prolongé dans la pile, ont donné, pour la durée de l'état variable, 0″,0215, et un temps plus court, 0″,020, quand ils ont été chargés avec de l'acide nitrique qui n'avait pas encore servi, et présentaient une tension plus grande.

« On peut s'étonner que les nombres correspondants à la ligne de 550 kilomètres soient plus grands que ceux de la ligne de 570 kilomètres. Cela tient à ce que ces derniers nombres ont été obtenus par un temps plus froid et plus sec que ceux qui ont été déterminés dans la nuit du 3 au 4 février. La durée de l'état variable dépend beaucoup, en effet, des conditions atmosphériques, comme vont le démontrer les expériences suivantes :

« En expérimentant, du 3 au 7 mai, avec une pile de Daniell dont la tension, étant moindre que celle de la pile de Bunsen, donne, à nombre égal d'éléments, une durée d'état variable beaucoup plus grande, j'ai reconnu :

Digitized by Google

« 1° Qu'il faut, pour avoir la même durée de propagation, prendre un nombre de ces éléments plus que double de ceux de Bunsen, afin de compenser tout à la fois les effets dus à la faible tension de l'élément Daniell et à sa grande résistance.

« 2° Qu'en établissant une dérivation permanente soit du pôle de la pile qui lance son courant dans le fil, soit du fil lui-même à la terre, la durée de l'état variable est d'autant plus augmentée que la dérivation est plus forte : sur la ligne de Paris-Le Mans, Lisieux-Paris, de 570 kilomètres, 66 éléments Bunsen donnent, pour la durée de l'état variable 0″,0182, autant que 150 éléments Daniell. Une forte dérivation à la terre portait ce temps à 0″,021 pour les premiers, et à 0″,023 pour les seconds.

« On comprend, d'après cela, comment les nombres, qui expriment la durée de l'état variable du courant, provenant d'une même pile et parcourant le même fil, sont plus petits quand l'air est sec que quand il est humide. Dans ce dernier cas, le fil perd de l'électricité par toute sa surface, et la perte totale équivaut à celle que produirait une forte dérivation. D'ailleurs, l'air n'est jamais complétement sec, et le ralentissement de la propagation est toujours assez grand.

« Quand le fil reçoit, avant la venue du courant, une charge de même signe que le flux électrique, la durée de l'état variable diminue, et elle augmente dans le cas contraire, quand la charge préalable du fil est de signe différent.

« En résumé, on peut à volonté modifier la durée de la transmission du courant, augmenter ou diminuer la durée de l'état variable, en augmentant ou en diminuant le travail que la pile doit produire, quel que soit d'ailleurs le moyen physique que l'on emploie pour atteindre ce but. »

Digitized by Google

Considérations sur la vitesse de l'électricité. — Nous avons consacré, dans notre *Exposé des applications de l'Électricité*, quelques pages aux différentes expériences qui ont été tentées dans le but de mesurer ce que l'on a appelé jusqu'ici la *vitesse de l'électricité*, et nous avons vu que les différents expérimentateurs étaient loin d'être d'accord sur le chiffre de cette prétendue vitesse. Cela vient de ce qu'il n'y a pas, à proprement parler, de vitesse de l'électricité, et que le flux électrique ne se propageant pas à la façon des ondes lumineuses, toutes les expériences qui ont été faites jusqu'ici n'ont fait que constater une fraction plus ou moins grande de la durée de l'état variable des tensions, durée qui, comme nous l'avons vu précédemment, est elle-même bien différente suivant les circonstances dans lesquelles on opère ; de là le désaccord des physiciens sur cette question si intéressante. Pour avoir quelques idées sur cette prétendue vitesse de l'électricité, il faut donc en revenir à l'idée fondamentale d'Ohm, et essayer de contrôler, par l'expérience, toutes les analogies que la théorie peut indiquer entre le mouvement du flux électrique et celui du flux calorifique. Mais laissons parler, sur cette question qu'il possède si bien, M. Gaugain :

« D'après la théorie d'Ohm, dit-il, le mouvement de l'électricité doit être assimilé au mouvement de la chaleur qui se propage dans une barre. Or, si l'on demandait avec quelle vitesse la chaleur se meut dans le cuivre, on ne saurait pas quel est le sens précis de la question ; cette même question posée par rapport au mouvement de l'électricité n'a pas une signification plus nette.

« On peut convenir, à la vérité, d'appeler vitesse de l'électricité le quotient de l'espace parcouru par la *durée de la propagation* ; mais il est clair que la vitesse, ainsi définie, ne saurait avoir de valeur déterminée.

« Supposons (uniquement pour fixer le langage) qu'il

Digitized by Google

ait été constaté que la durée de la propagation est de deux secondes pour un circuit de 2,000 kilomètres de longueur, on devra dire, en partant de cette donnée, que la vitesse est de 1,000 kilomètres par seconde.

« Mais si, au lieu d'employer un fil de 2,000 kilomètres, on eût opéré sur un fil de 2 kilomètres seulement, la durée de la propagation eût été, d'après la loi des carrés, un million de fois plus petite que dans le premier cas ; elle eût donc été de 0,000,002 seconde, et l'on eût trouvé, pour la vitesse de l'électricité, 1,000,000 kilomètres.

« Si, au contraire, il eût été possible d'opérer sur un circuit de 2,000,000,000 kilomètres, la durée de la propagation serait (toujours d'après la loi des carrés) 2,000,000,000,000 secondes, et par conséquent la vitesse serait d'un mètre seulement.

« Il suffit, en définitive, comme on le voit, de faire varier la longueur du conducteur pour faire passer la vitesse par tous les états de grandeurs possibles. Je crois que l'on ferait bien de renoncer complétement à se servir de cette expression *vitesse de l'électricité*. Si les vues d'Ohm sont exactes, les problèmes relatifs à la propagation de l'électricité ne doivent pas être formulés autrement que ceux qui se rapportent à la propagation de la chaleur, et au lieu de demander d'une manière générale avec quelle vitesse l'électricité parcourt tel ou tel métal, l'on ne devrait poser d'autre question que celle-ci : Un circuit de dimensions déterminées et de conductibilité connue étant donné, les forces électro-motrices étant également données, quel temps devra s'écouler pour qu'une tension donnée ou un flux donné se produise en un point déterminé du circuit, le temps étant compté à partir de l'instant où les forces électro-motrices sont mises en jeu.

« Il serait extrêmement désirable que les nombreuses

Digitized by Google

questions comprises dans cet énoncé pussent être résolues par l'expérience, d'abord parce que les résultats obtenus seraient très-sûrement utiles à la télégraphie, puis parce qu'ils permettraient aux physiciens de se prononcer définitivement sur l'exactitude de l'hypothèse posée par Ohm. Toutes les conséquences de cette hypothèse, qui se rapportent à l'état permanent, ont été complétement vérifiées, et si la théorie se trouve quelque part en defaut, ce ne peut être que dans ses applications à l'état variable. »

En résumé, il n'y a pas de vitesse proprement dite de l'électricité, mais bien un temps de fluctuations électriques, pendant lequel l'intensité du courant augmente graduellement à une extrémité du circuit, alors qu'elle diminue à l'autre extrémité, et qui a atteint sa limite extrême lorsque le courant, étant arrivé à son maximum de force, se trouve avoir la même intensité en tous les points du circuit qu'il parcourt. Ce temps dépend de plusieurs circonstances, mais surtout de la longueur du circuit; et au lieu d'être proportionnel à la simple longueur du circuit, comme on serait porté à le croire, il est proportionnel au carré de cette longueur. Enfin, la force du courant accusée par les instruments dépendant du moment de la période variable auquel on expérimente et de la sensibilité des appareils, on comprend pourquoi les physiciens, qui n'ont fait en définitif que mesurer diverses époques de cette période variable, se sont trouvés en désaccord et ont assigné des vitesses différentes à l'électricité.

MODIFICATIONS APPORTÉES AUX RHÉOMÈTRES.

Nous avons consacré, dans le premier volume de notre *Exposé des applications de l'électricité*, un long chapitre aux

Digitized by Google

rhéomètres et aux autres instruments d'expérimentation susceptibles d'être employés dans les applications électriques; ces appareils, comme une foule d'autres, ont été l'objet de nombreux perfectionnements dont nous allons nous occuper maintenant, car ils se rapportent aux lois des courants électriques sur lesquelles nous nous sommes étendus cette fois d'une manière toute particulière. Nous avons déjà exposé, dans notre *Revue des applications de l'électricité* en 1857 et 1858, les modifications apportées au rhéostat par MM. Caselli et Regnard, les balances rhéométriques de M. Regnard, les galvanomètres de M. Fabre, de Lagrange, et le réélectromètre de M. Marianini. Aujourd'hui nous allons examiner les perfectionnements que M. Jacobi a apportés à la balance magnétique de M. Becquerel et au rhéostat, et la disposition très-ingénieuse que M. Bréguet a donnée à la boussole des sinus.

Balance magnétique. — La balance magnétique de M. Becquerel consiste, comme on le sait (voir l'*Exposé*, p. 433, tome I), dans une balance très-sensible aux extrémités de laquelle sont suspendus verticalement deux barreaux aimantés mobiles à l'intérieur de deux hélices, lesquelles sont composées d'un très-grand nombre de spires. Ces hélices sont disposées de manière que le courant qui les traverse attire d'un côté l'un des barreaux à l'intérieur de l'hélice qui lui correspond, et repousse l'autre en dehors de la seconde hélice, afin que, les deux actions étant conspirantes dans le même sens, l'appareil soit plus sensible.

Cette disposition a paru vicieuse à M. Jacobi, en ce que les forces répulsives n'agissant pas de la même manière que les forces attractives, les conditions d'équilibre stable n'existent plus dans la balance. Pour remédier à cet inconvénient, M. Jacobi propose de n'employer qu'une seule des deux actions, la répulsion, en plaçant

Digitized by Google

l'une des hélices au-dessous, l'autre au-dessus des barreaux aimantés. Par suite de cette disposition, cette dernière hélice se trouve alors traversée par la tige qui soutient suspendu le barreau aimanté au fléau de la balance. Malgré ce perfectionnement, M. Jacobi croit qu'il est nécessaire d'apporter aux nombres fournis par cet instrument une correction qui est la conséquence de la loi des carrés de la force du courant. Si k' représente l'intensité du courant véritable, k l'intensité du même courant mesuré par la balance, le rapport de k à k' serait donné, d'après ce savant, par l'équation $k = k' - yk'^2$, y représentant un coefficient dépendant de l'instrument. M. Jacobi tire de cette équation :

$$k' = +\frac{1}{2y}\left(1 - 4ky\right);$$

mais j'ignore comment il a pu obtenir ce résultat, car l'équation précédente, qui est du second degré, donne :

$$k' = \frac{1 + \sqrt{1 - 4ky}}{2y}.$$

Pour la balance de M. Jacobi, la valeur de y était représentée par 0,00004228.

En appliquant la balance magnétique, disposée comme nous venons de le dire, à la détermination des constantes des piles de Grove et de Daniell, et en faisant les corrections que nous avons indiquées, M. Jacobi a trouvé les résultats suivants :

Pour une résistance de :	La force du couple Daniell a été :	La force du couple Grove a été :
23,1.....	0gr,380.....	..... 0gr,395.
135,3.....	0 ,097.....	..... 0 ,135.

Digitized by Google

Avec ces chiffres on a, d'après les formules :

$$\frac{E}{R + 23,1} = 380; \qquad \frac{E'}{R' + 23,1} = 395;$$

$$\frac{E}{R + 135,3} = 97; \qquad \frac{E'}{R' + 135,3} = 135;$$

d'où l'on tire, d'après les calculs que nous avons indiqués : $E = 14610$; $R = 15,35$; $E' = 23000$; $R' = 35$; ou, en prenant des éléments de mêmes surfaces : $E = 14610$; $R = 15,35$; $E' = 23000$; $R' = 2,4$. C'est sur ces données que M. Jacobi a établi les calculs que nous avons rapportés page 78 pour la détermination de la puissance relative des éléments de Grove et de Daniell.

Agomètre de M. Jacobi. — L'invention du rhéostat peut aussi bien être attribuée à M. Jacobi qu'à M. Wheatstone; car au moment même où ce dernier savant produisait son instrument, M. Jacobi arrivait de Russie avec les dessins d'un appareil très-analogue qu'il avait fait confectionner, mais qu'il n'avait pas, il est vrai, encore publié, parce qu'il se proposait de lui apporter d'importants perfectionnements. Effectivement, quelques années plus tard il fit connaître un nouvel instrument beaucoup plus parfait auquel il donna le nom d'*agomètre*, et publia à cette occasion, en 1848, un mémoire très-important intitulé : *Galvanische und electro-magnetische Versuche. Fünfte Reihe. Zweite Abtheilung : das Quecksilber, Voltagometer* (*Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg*). Le cadre que nous nous sommes imposé est trop restreint pour que nous publions *in extenso* ce remarquable travail, mais nous allons en faire une analyse rapide.

Si on considère que dans le rhéostat de Wheatstone le fil qui s'enroule sur le cylindre de cuivre ne peut jamais avoir avec celui-ci un contact parfait, tant à cause de l'inégale tension des différentes spires du fil de résis-

Digitized by Google

tance que par suite des poussières non conductrices qui peuvent s'interposer entre ce fil et le cylindre, on comprendra facilement que, pour des recherches délicates, on ne peut accorder à cet instrument qu'une confiance bien restreinte. Il s'agissait donc, pour donner aux indications de cet appareil une précision suffisante, d'établir un contact parfait entre le fil de résistance et la masse métallique destinée à dissimuler cette résistance au fur et à mesure de la diminution de longueur du fil. C'est à quoi il est parvenu en employant à cet effet le mercure et un fil de platine d'une grande résistance. Son appareil, auquel il a donné le nom d'*agomètre*, se compose donc essentiellement de deux tubes verticaux en fonte remplis de mercure et d'un écrou mobile muni de deux fils de platine, lesquels, en plongeant plus ou moins dans le métal liquide, peuvent fournir une résistance plus ou moins grande. Pour mesurer cette résistance, l'écrou, guidé par une règle en cuivre et mis en mouvement par une vis sans fin que l'on tourne à l'aide d'une manivelle, est disposé de manière à se mouvoir devant une échelle graduée en millimètres; il porte lui-même un vernier, de sorte qu'il est possible d'apprécier des résistances représentées par des fractions de millimètre. Les communications électriques sont établies par deux fils de platine adaptés d'une manière fixe au bâti de l'appareil et plongeant dans les tubes remplis de mercure. Deux vis de pression soudées à ces fils servent de points d'attache aux conducteurs du circuit.

Comme les fils de platine plongeant dans le mercure ne peuvent avoir une grande longueur, M. Jacobi dispose, l'un à côté de l'autre, deux appareils exactement semblables, et il peut de cette manière doubler la résistance susceptible d'être développée par chacun d'eux.

Au moyen de cet appareil, il a pu construire des bo-

Digitized by Google

bines de résistances d'une exactitude parfaite, dont la résistance totale était équivalente à 42 kilomètres de fil de platine d'un millimètre de longueur, ou à 18,500 des unités de résistance introduites par lui, et qui sont généralement adoptées en Allemagne*. Une question importante restait à examiner : c'était celle de savoir si l'usage des étalons de résistance et le temps ne finissaient pas par altérer leur conductibilité? M. Jacobi a entrepris, à cet égard, cinq séries d'expériences de vérification, à cinq époques différentes, 1846, 1847, 1848 et 1858, et il a pu s'assurer que les variations de cette conductibilité avaient toujours été à peu près insignifiantes.

« Les indications de l'agomètre, dit M. Jacobi, sont plus que suffisantes dans la pratique, car les erreurs qu'elles pourraient présenter rentrent dans les limites admises pour les instruments de précision. Si un jour les besoins de la science réclament une plus grande exactitude à donner aux mesures de ce genre, elle ne pourra être obtenue : 1° qu'en opérant toujours à la même température et avec une intensité de courant dont on serait convenu d'avance, une fois pour toutes; 2° qu'en donnant aux multiplicateurs la plus grande sensibilité; 3° qu'en se rendant tout à fait indépendant des variations du magnétisme terrestre; 4° enfin, qu'en employant des moyens d'observation analogues à ceux introduits par MM. Gauss et Weber.

« N'ayant pas été en mesure de réaliser toutes ces conditions, il s'est trouvé que les observations faites sur les bobines les moins résistantes de l'agomètre ne s'accordent entre elles que jusqu'à la troisième décimale, tandis que la cinquième décimale peut être garantie dans la mesure des résistances mille fois plus grandes. »

* D'après cette donnée, l'unité de M. Jacobi serait égale à 35 kilomètres de fil télégraphique.

Digitized by Google

Rhéostat de M. Jacobi. — Afin d'éviter dans le rhéostat de M. Wheatstone les inconvénients dont nous avons précédemment parlé, M. Jacobi a réduit l'appareil à un simple cylindre de verre muni d'une rainure en hélice, dans laquelle se trouve fixé à demeure le fil de résistance; et, pour prendre sur ce cylindre telle longueur de fil nécessaire pour équilibrer les résistances qu'on peut avoir à mesurer, il fait appuyer sur ce fil un galet porté par un levier à ressort. Ce levier est lui-même adapté sur un écrou mobile, qui avance en même temps qu'on fait tourner le cylindre, de telle manière que le galet peut suivre, dans sa rainure, le fil de résistance d'un bout à l'autre du cylindre, tout en restant fortement appuyé sur lui. On comprend facilement que cette disposition est infiniment supérieure à celle que nous avons décrite dans notre premier volume.

Boussole des sinus de M. Bréguet. — La boussole des sinus, dont M. Bréguet s'est servi pour la détermination des constantes voltaïques que nous avons données, est également supérieure à celles qu'on avait construites jusqu'ici. D'abord l'aiguille aimantée est suspendue à l'extrémité d'un fil de cocon, ce qui la rend d'une mobilité extrême, et le mouvement de rotation du cadre multiplicateur peut être opéré à l'aide d'une manivelle placée sur le côté de la cage de l'appareil; enfin, une lunette avec fils croisés permet de voir quand la longue aiguille indicatrice arrive sur la ligne de repère. Cette aiguille est en verre et placée à angle droit sur l'aiguille aimantée, comme dans les petites boussoles des postes télégraphiques; et pour que ses écarts soient moins grands, elle oscille entre deux petites chevilles d'arrêt. Le vernier est placé sur une petite colonne isolée en dehors du cercle mobile divisé sur lequel est monté le multiplicateur.

Digitized by Google

Boussole de M. Gaugain. — Nous avons déjà parlé de cette boussole, qui n'est autre qu'une boussole des tangentes dans laquelle l'aiguille aimantée est placée en dehors du plan du cercle par lequel passe le courant, et au quart de longueur du rayon de ce cercle. Nous avions dit que cette boussole permettait de déduire les intensités du courant, d'après les tangentes des angles de déviation. Mais M. Jacobi a démontré qu'il fallait faire subir à ces indications une correction qui varie suivant les différents angles, et qui est indiquée dans un long article inséré dans les *Annales télégraphiques,* tome III, page 256. M. Jacobi, du reste, a apporté à cette boussole une modification importante, en divisant le cadre en deux parties situées symétriquement des deux côtés de l'aiguille; elle forme ainsi deux troncs de cône dont le sommet commun est au centre de l'aiguille. Cette disposition a l'avantage d'annuler les erreurs qui peuvent provenir de la mauvaise installation de l'aiguille.

RÉACTIONS PARTICULIÈRES DES COURANTS.

Effets particuliers des courants voltaïques par rapport à l'action magnétique qu'ils produisent. — M. Hipp a appelé l'attention des physiciens sur ce fait que deux courants d'égale intensité, dont l'un est produit par un seul couple et l'autre par une pile composée de plusieurs éléments, n'exercent pas une action identique sur un barreau de fer doux. Il paraîtrait, en effet, d'après cet habile constructeur, que l'aimantation se développerait plus rapidement quand on emploie le courant à forte tension. Ainsi, un appareil Morse, qui ne pouvait tracer que 16 signaux télé-

Digitized by Google

graphiques dans un certain laps de temps, quand on le faisait fonctionner à l'aide d'un seul élément, en traçait 26 dans le même laps de temps lorsqu'on se servait de 12 éléments, et cependant les deux courants produisaient la même déviation au galvanomètre. M. Beetz, ayant reconnu par une autre méthode ce même phénomène, en a donné l'explication suivante :

« Au moment de la fermeture d'un circuit qui correspond à un électro-aimant, le courant ne prend pas immédiatement toute sa force, parce qu'il se développe dans le conducteur un courant induit qui se produit en sens contraire du courant voltaïque et diminue par conséquent son intensité. L'énergie de ce contre-courant dépend de la résistance qu'il doit parcourir. Or, plus les éléments dont la pile est composée sont nombreux, plus cette résistance est considérable et plus, par conséquent, le contre-courant doit être faible. Le temps nécessaire pour que le courant atteigne son maximum d'intensité et pour que l'aimantation du fer soit complète sera donc beaucoup moins long quand on emploiera une pile à forte tension. »

M. Beetz aurait pu, ce nous semble, ajouter à cette explication que, par suite de la même action d'induction, le fer de l'électro-aimant ne perd pas son aimantation aussitôt après l'ouverture du circuit, car un courant direct prend alors naissance dans ce circuit et continue un instant l'action du courant voltaïque; par conséquent, moins ce courant induit sera énergique, moins les mouvements oscillatoires de l'armature de l'électro-aimant seront embarrassés.

M. Brisson, inspecteur des lignes télégraphiques, a du reste démontré d'une manière parfaitement nette l'existence de ce courant induit direct en ramenant rapidement le manipulateur de son télégraphe à la position de réception, après avoir envoyé un courant à travers le récep-

Digitized by Google

teur d'une station correspondante et avoir établi dans le circuit un galvanomètre. Le courant induit résulte alors de la réaction de l'électro-aimant de l'appareil de cette station.

« L'effet produit par ce courant induit, dit M. Brisson, est souvent plus intense que celui qui est dû au courant de retour, c'est-à-dire au courant qui provient de la décharge du fil de ligne isolé quand on coupe sa communication avec la pile et qu'on le fait communiquer avec la terre. Ce courant induit se produit à toute distance et doit augmenter quand la distance diminue, tandis que l'inverse a lieu pour le courant de retour. Il est suffisant, quand la pile employée est assez énergique, pour faire marcher un récepteur ordinaire, surtout si l'on a soin d'augmenter la sensibilité de celui-ci.

« Si l'on tourne la manivelle d'un manipulateur à cadran au poste A pour envoyer le courant au poste B, et si l'on remplace encore le récepteur de A par un galvanomètre, on observera un courant dont l'intensité augmentera avec la vitesse de rotation; mais si le nombre des émissions et des interruptions de courant pendant une seconde était supérieur à celui des aimantations possibles dans le même temps, on n'observerait plus aucune déviation, parce que l'aimantation de l'électro-aimant de B serait permanente. La déviation de l'aiguille du galvanomètre augmente donc avec la rapidité des interruptions jusqu'à un certain point, à partir duquel elle décroît, et plus la force coercitive du fer doux est faible, plus la vitesse de rotation de l'interrupteur qui produit la déviation maximum est grande. »

Induction produite par les courants circulant sur les lignes télégraphiques. — Nous avons vu que, dans ses recherches sur les lois de la propagation de l'électricité dans l'état variable des tensions, M. Guillemin avait été conduit à ce

Digitized by Google

fait important que les phénomènes d'induction électrique ne sont produits que pendant la période variable du courant inducteur; tout dernièrement, le même savant a complété son travail en démontrant que les courants de fermeture, c'est-à-dire les courants induits inverses, changent de sens suivant la durée plus ou moins grande du courant inducteur, tandis que les courants induits directs ne sont pas affectés par cette durée. Voici comment il a disposé son expérience :

Une bobine, composée de deux fils de cuivre égaux de 1/4 de millimètre de diamètre et de 600 mètres de longueur formant deux couches distinctes, est disposée de manière à ce que le fil inducteur fasse partie intégrante d'un long fil télégraphique de 570 kilomètres. Le fil induit est fermé sur lui-même, et le galvanomètre est introduit par dérivation sur ce fil à des temps variables, volonté, à partir du moment où le contact de la pile et du fil est établi. La pile communique avec la terre par son pôle négatif; elle touche par son pôle positif le fil de ligne, dont l'autre extrémité communique avec la terre en un autre point. Les contacts sont réglés par l'appareil que nous avons représenté page 137.

Quand le fil inducteur est entre le pôle positif de la pile et le fil télégraphique, le courant induit de fermeture présente aux différents moments de la propagation du courant inducteur des directions de sens contraires. Ainsi, 0,0002 de seconde après que le contact de la pile et du fil a été établi, le courant induit inverse donne 51° de déviation au galvanomètre; mais son intensité diminue rapidement et devient nulle quand ce contact a duré 0ˢ,0016. Après cela, le courant inverse est suivi d'un courant direct de fermeture qui donne des déviations de 7°, 18°, 2° lorsque le contact de la pile et du fil a duré 0″,0010, 1″,0013, 0″,0027, 0″,0048.

Digitized by Google

Quand la bobine contient une armature de fer, les phénomènes sont les mêmes, avec cette différence que le passage du courant inverse au courant direct se fait après un temps plus long de 0″,0050.

Si on place le fil inducteur à l'extrémité opposée du long conducteur, entre ce fil et la terre, on observe de même un courant direct de fermeture succédant à un courant inverse quand les interruptions ont lieu entre le fil télégraphique et le fil inducteur; tandis qu'au contraire le courant de fermeture ne cesse pas d'être inverse lorsqu'on fait ces interruptions près de la pile.

Les courants de rupture sont toujours directs, à moins qu'on ne fasse passer la décharge du fil télégraphique dans le fil inducteur; mais il faut remarquer que dans ce cas on se place dans les conditions d'un courant induit de fermeture.

Force directrice des électro-aimants sous l'influence du courant électrique. — Il y a quelques années, j'avais démontré que, si une lame de fer doux un peu large est disposée de manière à se mouvoir tangentiellement devant le pôle d'un aimant, elle est attirée jusqu'à ce que sa ligne médiane coïncide avec le centre polaire. Par ce moyen, j'étais parvenu à obtenir dans un électro-moteur, que je fis construire en 1852, une course attractive de 14 centimètres. Depuis cette époque, cette disposition magnétique a été adoptée dans plusieurs applications électriques, notamment dans le régulateur de lumière électrique de M. Serrin. Mais cette force directrice des pôles des aimants n'est pas la seule. En voici une autre dont les effets étonnent au premier abord et feraient croire à un phénomène d'un ordre particulier, s'ils ne pouvaient s'expliquer simplement par les lois de la distribution magnétique dans les armatures, lois que j'ai établies dans mon *Traité d'électromagnétisme* en 1857.

Digitized by Google

Si l'un des pôles d'un électro-aimant droit se termine par une barre de fer doux un peu longue, bien dressée et bien polie, et qu'on applique sur elle une autre barre de fer doux un peu plus courte, mais légèrement bombée, et disposée de manière à pouvoir pivoter aisément sur son centre, il arrivera, quand cette dernière barre sera placée longitudinalement sur la première, qu'elle se trouvera déviée avec force au moment du passage du courant à travers l'électro-aimant, soit à gauche, soit à droite, jusqu'à ce qu'elle se soit mise en croix sur la barre fixe, position qui constitue son état d'équilibre stable.

Cet effet vient de ce que la barre mobile, se trouvant influencée par le pôle de l'électro-aimant qui est épanoui sur toute la surface de la barre fixe, est polarisée par celle-ci, de telle manière que le fluide attiré se trouve dissimulé au point de contact des deux barres et que les surfaces extérieures de celles-ci possèdent une polarité semblable sur toute leur étendue. Il en résulte donc une répulsion qui s'effectue dans un sens ou dans l'autre, suivant que l'axe de la barre mobile croise à gauche ou à droite l'axe de la barre fixe, croisement qui a toujours lieu, puisque la superposition parallèle des deux lames constitue un état d'équilibre instable que la moindre cause peut troubler. Ce n'est que quand les deux axes se croisent à angle droit que les forces répulsives se trouvent équilibrées de part et d'autre.

On peut s'assurer de la vérité de cette explication en plaçant sous la partie bombée de la barre mobile un peu de papier. Dans ce cas, le fluide attiré n'est plus tout à fait dissimulé, et sa répartition sur toute la surface inférieure de la barre mobile provoque entre les deux barres une attraction normale qui s'effectue du côté où la lame fixe est attachée à l'aimant en raison de la plus grande force polaire de la barre de ce côté. Alors la force direc-

Digitized by Google

trice est complétement dissimulée et la barre mobile n'est plus déviée ni à droite ni à gauche.

J'ai utilisé cette force directrice pour un tourniquet magnétique d'un nouveau genre; mais, comme elle fournit une course attractive assez grande, on peut l'employer dans certaines applications électriques.

Le phénomène que je viens de rapporter donne l'explication d'un effet que j'avais signalé il y a trois ans et dont il était difficile de déterminer la cause. Voici quel est cet effet :

Si l'on fixe sur l'un des pôles d'un électro-aimant droit une masse de fer doux et qu'on mesure la force attractive de l'autre pôle, on trouve que cette force est considérablement augmentée, et cette augmentation est d'autant plus grande que la masse de fer additionnelle est elle-même plus grande. Cette augmentation, d'abord très-rapide, devient ensuite plus lente et finit par atteindre une limite qui varie suivant l'énergie de la force magnétique initiale et la grosseur du noyau magnétique, mais qui peut être obtenue avec de faibles forces, quand la masse de fer additionnelle est trois ou quatre fois celle du noyau directement magnétisé par l'hélice. Si cette masse additionnelle augmente, la force attractive reste quelque temps stationnaire, puis son action change de signe, ainsi que l'a observé pour la première fois M. Nickles.

Par ce moyen, on peut parvenir à quadrupler la force polaire des électro-aimants droits; mais ce qu'il y a de plus curieux dans ce phénomène, c'est que l'excitation ainsi communiquée dépend moins de la masse de fer additionnelle que de la surface de cette masse. On peut s'en convaincre en articulant une série de lames de fer de manière à pouvoir se replier et se développer comme les différentes lames d'un mètre. Si cette série de lames est repliée de manière à former une même masse de fer, la

Digitized by Google

force attractive due à la surexcitation qui en résulte sera moins grande que quand les lames seront développées, et cela, quelle que soit la manière dont ce développement sera opéré. Si on fait cette expérience avec les deux lames de fer dont j'ai parlé au commencement de cette note, on trouve que, quand ces deux lames sont disposées parallèlement entre elles, la force de l'électro-aimant qu'elles surexcitent est 60 grammes, tandis que, quand elles sont dans leur position réciproque d'équilibre, c'est-à-dire en croix, cette force attractive est 65 grammes. Dans ce cas, l'affaiblissement de la force attractive avec les lames placées parallèlement ne peut être attribuée évidemment qu'à l'altération de la polarité du pôle épanoui, par suite de la réaction de la lame mobile polarisée de la même manière. Or, comme tous les effets qui se manifestent avec des faisceaux de lames de fer se reproduisent plus ou moins avec des masses compactes de mêmes dimensions que ces faisceaux, il est à supposer que c'est à une action du même genre qu'on doit attribuer l'affaiblissement de la surexcitation magnétique dont nous avons parlé par l'effet de l'amoindrissement des surfaces extérieures des lames de fer additionnelles.

Différence d'effets du courant induit d'ouverture et du courant induit de fermeture. — M. Hipp a fait récemment une série d'expériences dans le but de reconnaître les conditions les plus avantageuses des courants induits dans leur emploi pour la télégraphie électrique.

A l'aide d'un appareil analogue à celui de M. Guillemin, il a reconnu que les courants induits inverses, qui ont, comme on le sait, moins de tension que les courants induits directs, mettent plus de temps à atteindre leur intensité maximum que ces derniers. Ainsi, pour que le courant inverse de l'appareil avec lequel il a expérimenté ait pu atteindre son intensité maximum dans un circuit

Digitized by Google

fermé, il a fallu que la fermeture du circuit inducteur durât 0″,0113, tandis que, pour faire arriver à ce maximum le courant direct, il suffisait d'une ouverture de ce même circuit inducteur de 0″,0045, et pourtant les deux courants étaient égaux en intensité, comme l'expérience l'a démontré à M. Hipp. Cette différence de temps vient probablement de ce que l'aimantation du noyau de fer de la bobine induite qui détermine le courant inverse est plus de temps à se produire que sa désaimantation, et c'est peut-être à cette circonstance que les deux courants induits doivent la différence de tension qui les caractérise, car on sait que plus l'action qui provoque l'induction est instantanée, plus le courant qui en résulte a de tension.

Quoi qu'il en soit, cette particularité du phénomène explique pourquoi, dans l'appareil de Ruhmkorff, il est important d'augmenter les temps de fermeture du courant inducteur au préjudice des temps d'ouverture.

M. Hipp a encore trouvé que, sur une ligne télégraphique, les courants induits ont une vitesse de propagation beaucoup plus grande que les autres courants, et que le courant direct, c'est-à-dire le courant d'ouverture, fournit une force électro-magnétique six fois plus forte que celle qui résulte du courant inverse.

Ces résultats s'expliquent facilement si l'on considère que le courant direct, ayant plus de tension que le courant inverse, s'affaiblit moins vite que ce dernier quand il est obligé de traverser un circuit très-résistant, et comme sur les circuits mal isolés la vitesse de propagation est d'autant plus grande que la tension de la source est plus considérable, ainsi qu'on l'a vu page 135, on comprend que les courants induits aient une vitesse de transmission plus grande que celle des courants voltaïques. (Voir le *Mémoire de M. Hipp*, dans les *Annales télégraphiques*, page 394, tome 3.)

Digitized by Google

MÉMOIRES A CONSULTER POUR L'ÉTUDE APPROFONDIE DE CES DIFFÉRENTES QUESTIONS.

1° Mémoires d'Ohm (traduction de Gaugain).

2° Mémoire de M. Kirchoff sur la propagation de l'électricité (*Traité d'électricité* de De la Rive, tome II, p. 829; et *Annales télégraphiques*, tome II, p. 381).

3° Mémoire de M. Blavier sur les dérivations du courant le long des lignes télégraphiques (*Annales télégraphiques*, tome I, p. 220).

4° Mémoire sur la vitesse de l'électricité par M. Gounelle (*Annales télégraphiques*, tome I, p. 239).

5° Mémoire sur la pile télégraphique par M. Bergon (*Annales télégraphiques*, tome II, p. 147).

6° Mémoire de MM. Caël et Lemoyne sur la résistance des électro-aimants et la construction des bobines (*Annales télégraphiques*, tome II, p. 165 et 251).

7° Mémoires de MM. Blavier et Gounelle sur la propagation de l'électricité (*Annales télégraphiques*, tome II, p. 218 et 381; tome III, p. 26 et 135).

8° Mémoire de M. Beetz sur l'action électro-magnétique des courants voltaïques (*Annales télégraphiques*, tome I, p. 245).

9° Théorie de la pile par M. Marié-Davy (*Annales télégraphiques*, tome II, p. 420).

10° Théorie de la boussole des tangentes de M. Gaugain (*Annales télégraphiques*, tome II, page 565; tome III, p. 256).

11° Mémoire de M. Wheatstone sur les lois des courants électriques (*Traité de télégraphie électrique* de M. l'abbé Moigno, page 215).

Digitized by Google

12° Mémoire de M. Jacobi sur l'agomètre (*Mémoires de l'Académie de Saint-Pétersbourg*, 1848).

13° Mémoires de MM. Pouillet, Fechener, Lenz, Matteucci, Marianini, Kohlrausch, etc.

14° Mémoires de M. Gaugain sur la propagation de l'électricité à travers les corps médiocrement conducteurs (dans les *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, années 1859 et 1860, et *Annales de physique et de chimie*, année 1860).

15° Mémoire de M. Gaugain sur la propagation électrique dans l'état variable des tensions (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, année 1860).

16° Mémoire de M. Gaugain sur l'amalgamation du zinc dans les piles (*Id.*, année 1854).

17° Mémoire de M. Ed. Becquerel sur les forces électromotrices (*Annales de physique et de chimie*, année 1855).

18° Mémoire de M. Jules Regnault sur le même sujet.

19° Mémoire de M. Fechener sur le même sujet.

20° Mémoire de M. Marié-Davy sur les formules des piles voltaïques (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, 1856).

21° Mémoires de M. Despretz sur la pile (*Comptes rendus de l'Académie des sciences*, année 1851-1852).

FORMULES A RETENIR DANS LA PRATIQUE.

FORMULES FONDAMENTALES. *

1° Formules de l'intensité du courant avec une pile disposée en tension (voir pages 17, 18, 19) :

* E représente la force électro-motrice, R la résistance d'un élément de la pile, *s* la surface de cet élément, *r* la résistance extérieure du circuit, *n* le nombre d'éléments de la pile.

Digitized by Google

$$I = \frac{E}{R + r}; \qquad I = \frac{nE}{nR + r}; \qquad I = \frac{E}{R + \frac{r}{n}}.$$

2° Formules de l'intensité du courant avec une pile disposée en quantité (voir pages 19,78) :

$$I = \frac{sE}{R + sr}; \qquad I = \frac{nE}{R + nr}; \qquad I = \frac{E}{\frac{R}{n} + r}.$$

3° Formules de l'intensité du courant avec une pile disposée par groupes (a) composés chacun d'un certain nombre (b) d'éléments (voir page 63) :

$$\frac{abE}{aR + br} \quad \text{ou} \quad \frac{nE}{aR + br}.$$

4° Conditions de maximum de l'intensité du courant fourni par une pile, la résistance extérieure devant être utilisée (voir pages 59, 61, 68) :

$$r = nR \quad \text{et} \quad aR = br; \qquad n = \sqrt{\frac{r}{R}}.$$

DÉTERMINATION DES DIFFÉRENTES VALEURS ENTRANT DANS LES FORMULES PRÉCÉDENTES.

I. *Détermination des valeurs* E *et* R *dites constantes des piles voltaïques.*

5° Formules donnant la valeur de la résistance intérieure R de la pile (voir page 29) :

$$R = \frac{I'r' - Ir}{I - I'} \quad \text{ou} \quad R = \frac{E}{I} - r.$$

6° Formules donnant la valeur de la force électromotrice E de la pile (voir page 29) :

$$E = \frac{II'(r' - r)}{I - I'} \quad \text{ou} \quad E = I(R + r)$$

Digitized by Google

II. *Détermination de la valeur de* n.

7° Formule pour la détermination du nombre n d'éléments d'une pile disposée entièrement en tension (voir page 88) :

$$n = \frac{rI}{E - IR}.$$

8° Formule pour la même détermination avec une pile disposée entièrement en quantité (voir page 90) :

$$n = \frac{IR}{E - Ir}.$$

9° Formules indiquant la disposition d'une pile pour obtenir son maximum d'effet utile (voir page 68) :

$$a = \sqrt{\frac{nr}{R}}; \qquad b = \sqrt{\frac{nR}{r}}.$$

10° Formules indiquant la disposition et le nombre d'éléments d'une pile, I et r étant donnés, pour obtenir son effet maximum (voir page 94) :

$$a = \frac{2Ir}{E}; \qquad b = \frac{2IR}{E}.$$

11° Formule indiquant la disposition d'une pile et la valeur de la résistance utile pour obtenir le maximum d'effet, la résistance inutile l étant donnée (voir p. 102) :

$$a = \frac{2blI}{bE - 2IR}.$$

III. *Détermination de la valeur* r.

12° Formule donnant la valeur de r avec une pile disposée entièrement en tension (voir page 95) :

$$r = \frac{n(E - IR)}{I}.$$

Digitized by Google

13° Formule pour la même détermination avec une pile disposée entièrement en quantité (voir page 96) :

$$r = \frac{nE - IR}{nI}.$$

14° Formule pour la même détermination avec une pile disposée en séries ou par groupes (voir page 96) :

$$r = \frac{a(bE - IR)}{Ib}.$$

15° Formule de la valeur de r quand cette résistance est représentée par deux conducteurs a et b (voir page 24) :

$$r = \frac{ab}{a + b}.$$

16° Formule pour la même détermination avec trois conducteurs a, b, c (voir page 25) :

$$r = \frac{abc}{ab + bc + ac}.$$

IV. *Formules des courants dérivés.*

17° Formules de l'intensité du courant pour deux dérivations a et b (voir pages 24, 25) :

$$I = \frac{nE(a+b)}{nR(a+b)+ab}; \quad I' = \frac{nEa}{nR(a+b)+ab}; \quad I'' = \frac{nEb}{nR(a+b)+ab}.$$

18° Formules pour la même détermination avec trois dérivations (voir page 25) :

$$I = \frac{nE(ab + bc + ac)}{nR(ab + bc + ac) + abc}; \quad I' = \frac{nEab}{nR(ab + bc + ac) + abc}, \text{ etc.}$$

19° Formule pour les mêmes déterminations avec d dérivations également résistantes (voir pages 71, 74) :

$$I = \frac{nE}{dnR + r}.$$

Digitized by Google

V. *Formules diverses.*

20° Formules donnant l'intensité du courant dans ses conditions de maximum (voir pages 69, 81) :

$$I = \frac{bE}{2R}; \qquad I = \frac{sE}{2R}; \qquad I = \frac{aE}{2r}.$$

21° Formule donnant le rapport des intensités de deux piles différentes placées dans leurs conditions de maximum (voir page 81) :

$$\frac{I}{I'} = \frac{E}{E'} \times \frac{R'}{R}.$$

22° Formule exprimant la force électro-magnétique d'un électro-aimant (voir page 108) :

$$F = I^2 t^2.$$

23° Formule renfermant les lois des courants dans la période variable de leur intensité (voir page 132) :

$$T = \frac{C l^2}{k\omega}.$$

Digitized by Google

NOTES

NOTE A.

SUR LES FORMULES DES COURANTS DÉRIVÉS.

(*Voir* page 24.)

Bien que le simple raisonnement suffise pour montrer que des deux quantités qui constituent la valeur de l'intensité correspondante à la résistance totale r des deux dérivations a et b, celle dans laquelle figure la quantité a au numérateur représente l'intensité du courant passant par la dérivation b, de même que celle dans laquelle figure la quantité b correspond à l'intensité du même courant dans la dérivation a, il est bon cependant de le démontrer mathématiquement.

Pour cela nous nous rappellerons que les intensités des courants électriques étant en raison inverse des résistances des circuits, on pourra poser :

$$I : I' :: a : r \qquad \text{ou} \qquad I : I'' :: b : r,$$

d'où l'on tire :

$$I' = \frac{Ir}{a} \qquad \text{et} \qquad I'' = \frac{Ir}{b}.$$

Si, dans la première de ces équations, on rempacle I et r par leurs expressions mathématiques, on aura :

$$I' = \frac{\dfrac{nE(a+b)}{nR(a+b)+ab} \times \dfrac{ab}{a+b}}{a} = \frac{nEb}{nR(a+b)+ab}.$$

De même pour la valeur de I''.

Digitized by Google

NOTE B.

SUR LES DÉTERMINATIONS DES CONSTANTES VOLTAÏQUES.

(Voir pages 30 et 86.)

Les quantités trigonométriques par lesquelles on multiplie les résistances r, r', pour obtenir la valeur de R pouvant laisser quelques doutes dans l'esprit sur la nature de l'unité que représente cette dernière valeur, nous allons chercher à la déterminer d'une manière complétement indépendante de l'unité trigonométrique en faisant entrer dans les formules, au lieu et place de ces quantités trigonométriques, leur rapport par quotient. De cette manière, on sera bien certain que la valeur de R sera exprimée en unités de longueur; car si on multiplie 100 mètres par 2, je suppose, le produit sera bien 200 mètres.

Pour y arriver, nous diviserons l'une par l'autre les deux équations $\sin I = \frac{E}{R + r}$ et $\sin I' = \frac{E}{R + r'}$, ce qui donnera :

$$\frac{\sin I}{\sin I'} = \frac{E(R + r')}{E(R + r)};$$

et si on désigne par q le rapport $\frac{\sin I}{\sin I'}$, on aura :

$$q(R + r) = R + r' \qquad \text{ou} \qquad qR - R = r' - qr,$$

d'où

$$R = \frac{r' - qr}{q - 1}.$$

En appliquant aux quantités qui entrent dans cette formule les valeurs numériques que nous avons adoptées page 31, on a :

$$R = \frac{200 - 100 \times 1,851}{1,851 - 1} = 17,50.$$

Or, cette quantité 17,50 est précisément la même que celle que nous avions obtenue en faisant entrer dans la formule n° 18 les valeurs trigonométriques elles-mêmes. On peut donc en conclure que toutes les déterminations faites avec cette formule donnent la

Digitized by Google

valeur de R exprimée en unités de même ordre que les quantités r et r'.

Il est, du reste, facile de démontrer que la formule n° 18 et la formule précédente doivent fournir une quantité semblable. En effet, divisons par I' la fraction $\frac{I'r' - Ir}{I - I'}$, qui exprime la valeur de R avec les quantités trigonométriques, et appelons q le rapport $\frac{I}{I'}$, on aura :

$$R = \frac{\frac{I'r'}{I'} - \frac{Ir}{I'}}{\frac{I}{I'} - \frac{I'}{I'}} = \frac{r' - qr}{q - 1}.$$

Quant à la valeur de E dans la formule n° 19, elle ne représente absolument rien, car elle est estimée en fonction de deux quantités I et R qui ne peuvent avoir de mesure commune. Cette valeur n'est donc par le fait qu'un facteur destiné à fournir, suivant les données du problème, la quantité I, ou la quantité R, ou la quantité n, ou enfin la quantité r. On peut s'en convaincre en cherchant, comme précédemment, à ne faire entrer dans la formule que des rapports soit celui de $\frac{r'}{r}$, soit celui de $\frac{I}{I'}$. Mais dans l'un et l'autre cas, on ne peut parvenir à empêcher l'une ou l'autre de ces quantités de figurer isolément dans la formule; car on arrive aux équations :

$$E = I(R + r) = \frac{I(r' - r)}{q - 1} = \frac{II'R(p - 1)}{pI - I'},*$$

dans lesquelles existent toujours deux quantités hétérogènes.

Nous avons vu, page 54, comment on pouvait donner à cette valeur E une expression significative, et nous avons indiqué, page 85, comment on pouvait estimer la constante R par rapport à cette expression de E, mais dans ce cas, R perd toute sa signification, et il ne doit plus être considéré, à son tour, que comme un simple facteur.

* p représente le rapport $\frac{r'}{r}$.

Digitized by Google

NOTE C.

SUR LES VARIATIONS DES CONSTANTES DES PILES VOLTAIQUES AVEC LA RÉSISTANCE DU CIRCUIT EXTÉRIEUR.

(Voir page 32.)

M. Despretz, qui a fait une étude toute particulière des lois des courants électriques par rapport aux piles hydro-électriques, a trouvé, comme MM. Jacobi, De la Rive, Poggendorff et Marié-Davy, que la résistance R, déterminée au moyen des formules d'Ohm, varie suivant la grandeur de la résistance du circuit extérieur r; mais il attribue cette variation à une sorte de couche non conductrice dont se recouvrirait le zinc de la pile sous l'influence de la circulation du courant.

« Dans un travail sur la constance des piles, dit M. Despretz, j'ai déjà attiré l'attention des physiciens sur ce genre d'action qui provoque des variations nombreuses dans l'intensité du courant fourni par les piles même les plus constantes, et j'ai démontré que ces variations pouvaient disparaître par l'addition d'une certaine longueur de fil au circuit extérieur.

« Dans une pile, en effet, surtout dans une pile active, le sulfate de zinc ne se dissout pas aussi vite qu'il se produit; il forme autour du métal une espèce de vernis peu conducteur qui a pour résultat de réduire la surface active du zinc; d'où résulte un affaiblissement dans le courant, affaiblissement d'autant plus marqué que l'intensité du courant ou l'action chimique est plus forte. Si cette explication est conforme à la nature des choses, et nous osons dire que nous sommes pleinement convaincus de sa justesse, il est facile de se rendre raison de la variation constatée. En effet, quand on introduit dans le circuit de la pile 10 mètres de résistance, on diminue l'action chimique et par suite l'empâtement du zinc; on observe une intensité plus forte que celle que l'on aurait trouvée si le zinc était resté exactement dans l'état dans lequel il était au moment où l'on a déterminé l'intensité I, sans résistance additionnelle dans le circuit, et par suite la résistance R, calculée au moyen de la formule $R = \frac{I' r}{I - I'}$, est un peu plus grande qu'elle ne devrait être.

Digitized by Google

« Quand, au lieu de 10 mètres, on introduit 80 mètres dans le circuit primitif, le même effet se produit, mais à un degré plus marqué, et par suite la valeur de R doit surpasser la résistance réelle d'une quantité plus grande que dans le premier cas.* »

Dans les expériences de M. Despretz la moyenne des valeurs de R obtenues avec 80 mètres de fil additionnel était supérieure de 7,2 millièmes ou $\frac{1}{139}$ à la moyenne des valeurs obtenues avec 10 mètres de résistance, et la différence était toujours dans le même sens, c'est-à-dire en faveur de la résistance calculée avec la plus grande longueur du fil ajouté.

« En définitive, ajoute M. Despretz, mes expériences ont été trop multipliées et dans des conditions trop diverses pour que le sens de la différence soit le résultat d'une erreur d'observation ou d'une circonstance fortuite. Cette différence des valeurs de la résistance de la pile avec des longueurs inégales de fil ajoutées au circuit est une conséquence de la nature du générateur d'électricité dont on cherche la résistance. *Aucune pile*, telle est du moins notre opinion, *ne donnera deux valeurs rigoureusement égales pour deux longueurs très-différentes de fil.* »

NOTE D.

SUR LES EFFETS DES INCRUSTATIONS DES VASES POREUX.

(Voir page 44.)

L'effet des incrustations des vases poreux est très-différent suivant qu'on les considère après un certain temps de service du vase poreux ou après quelques heures seulement. Nous avons vu que quand le dépôt de cuivre était formé, les incrustations étaient à l'avantage de l'intensité du courant. Mais quand le vase poreux est neuf l'inverse a lieu. Voici ce que dit à cet égard M. Despretz.

« Un élément Daniell, ayant été mis pendant trois heures en activité, a donné les résultats suivants :

* Voir le Mémoire de M. Despretz, *Comptes rendus de l'Académie des sciences*, tome XXXIV, page 781.

Digitized by Google

à 11h	15′	.....	1° 30′	à 1h	25′	.....	12° 14′
11	30	.....	4 30	1	32	.....	10 12
11	45	.....	8 48	1	42	.....	9 15
12	00	.....	11 24	1	54	.....	5 15
12	33	.....	11 45	2	02	.....	3 45
12	44	.....	11 52	2	07	.....	2 00
1	00	.....	11 58	2	15	.....	1 30

« Si, dans une pile ainsi affaiblie au point de ne plus marquer que 1 ou 2 degrés à la boussole, on change la dissolution de sel et le zinc amalgamé, on ne lui rend rien de son énergie ; si, au contraire, on change le vase poreux, en laissant le zinc et la même dissolution de sel, la pile reprend toute sa force, ce qui prouve que l'affaiblissement provient de l'incrustation des vases poreux. » Ces incrustations, d'après M. Despretz, proviennent de la nature des sels que l'on emploie soit pour rendre conductrice l'eau dans laquelle plonge le zinc, soit pour être réduits. Avec une solution de sulfate de soude en guise de sel marin, les incrustations n'ont pas lieu pas plus qu'avec le chlorure de cuivre substitué au sulfate de cuivre. Une pile ainsi construite est, même à cause de cela, d'une constance parfaite. La dissolution de sel marin (quand elle n'est pas convenablement étendue) et la solution de sulfate de cuivre produisent, au contraire, beaucoup d'incrustations. On peut, du reste, les éviter en employant des sacs de toile à voile au lieu de vases poreux.

NOTE E.

SUR LES CONDITIONS DE MAXIMA DE L'INTENSITÉ DES COURANTS AVEC LES PILES DISPOSÉES EN SÉRIES. (Voir page 68.)

Nous avons dit, page 68, que la valeur maximum de I est atteinte dans la formule $\frac{nE}{aR + br}$ quand $aR = br$. On peut le démontrer facilement sans qu'on ait besoin pour cela d'avoir recours au calcul différentiel.

En effet, de ce que $aR = br$, il doit s'ensuivre que $\frac{a}{b} = \frac{r}{R}$, et par conséquent, si, dans la formule générale, nous faisons

Digitized by Google

$r = 2R$, a devra être égal à $2b$ pour que l'on soit dans les conditions de maxima, et on aura : $\frac{nE}{2bR + 2bR} = \frac{nE}{4bR}$. Or, voyons ce que deviendrait cette valeur en faisant $b = 4$ et en groupant différemment les éléments. D'après ce que nous avons dit, b étant égal à 4, a devra être égal à 8, de sorte que la valeur de I dans les conditions de maximum sera $\frac{nE}{16R}$. Maintenant supposons que les 32 éléments qui composent la pile soient disposés en 16 groupes de deux éléments chacun, on aura pour valeur de I : $I = \frac{nE}{16R + 2 \times 2R} = \frac{nE}{20R}$, quantité qui est plus petite que celle trouvée précédemment. Soit, au contraire, $b = 16$ et $a = 2$, on aura : $I = \frac{nE}{2B + 16 \times 2R} = \frac{nE}{34R}$; avec $b = 8$ et $a = 4$, on aurait eu: $\frac{nE}{20R}$, et on voit ainsi que, plus le rapport $\frac{a}{b}$ s'éloigne de celui de $\frac{r}{R}$, plus la résistance devient considérable, et plus, par conséquent, l'intensité du courant devient faible.

En continuant le même calcul, après avoir fait r successivement égal à R, 2R, 4R, 8R, 16R, 100R, $\frac{1}{2}$R, $\frac{1}{4}$R, $\frac{1}{8}$R, on forme avec les divers groupements possibles d'une pile de 36 éléments le tableau suivant, dans lequel les quantités minima des résistances sont indiquées par des doubles filets. En examinant avec soin ce tableau, on voit que toutes les fois que les valeurs de a et de b sont combinées avec les valeurs de r et de R de manière à fournir $aR = br$, le minimum de résistance correspond à cette combinaison, et quand cette égalité n'existe pas, parce que les exigences du groupement de la pile empêchent le rapport $\frac{a}{b}$ d'être égal au rapport $\frac{r}{R}$, ce sont les deux quantités qui se rapprochent le plus l'une de l'autre qui fournissent le minimum. Ainsi les rapports $\frac{a}{b}$ étant égaux à ceux $\frac{r}{R}$, avec les groupements ($a = 12$, $b = 3$, $r = 4R$); ($a = 6$, $b = 6$, $r = R$); $\left(a = 3, b = 12, r = \frac{1}{4}R\right)$,

Digitized by Google

TABLEAU DES RÉSISTANCES TOTALES PAR LESQUELLES ON DOIT DIVISER nE POUR OBTENIR LA VALEUR DE I AVEC DIFFÉRENTES VALEURS DE r ET DIFFÉRENTS GROUPEMENTS DES ÉLÉMENTS DE LA PILE.

Résistances du circuit extérieur.	$a = 36$ $b = 1$	$a = 18$ $b = 2$	$a = 12$ $b = 3$	$a = 9$ $b = 4$	$a = 6$ $b = 6$	$a = 4$ $b = 9$	$a = 3$ $b = 12$	$a = 2$ $b = 18$	$a = 1$ $b = 36$
$r = R$	(36R+R) 37R	(18R+2R) 20R	(12R+3R) 15R	(9R+4R) 13R	(6R+6R) 12R	(4R+9R) 13R	(3R+12R) 15R	(2R+18R) 20R	(R+36R) 37R
$r = 2R$	(36+2) 38	(18+4) 22	(12+6) 18	(9+8) 17	(6+12) 18	(4+18) 22	(3+24) 27	(2+36) 38	(1+72) 73
$r = 4R$	(36+4) 40	(18+8) 26	(12+12) 24	(9+16) 25	(6+24) 30	(4+36) 40	(3+48) 51	(2+72) 74	(1+144) 145
$r = 8R$	(36+8) 44	(18+16) 34	(12+24) 36	(9+32) 41	(6+48) 54	(4+72) 76	(3+96) 99	(2+144) 146	(1+288) 289
$r = 16R$	(36+16) 52	(18+32) 50	(12+48) 60	(9+64) 73	(6+96) 102	(4+144) 148	(3+192) 195	(2+288) 290	(1+576) 577
$r = 100R$	(36+100) 136	(18+200) 218	(12+300) 312	(9+400) 409	(6+600) 606	(4+900) 904	(3+1200) 1203	(2+1800) 1802	(1+3600) 3601
$r = \frac{1}{2}R$	$(36+\frac{1}{2})\ 36\frac{1}{2}$	(18+1) 19	$(12+\frac{3}{2})\ 13\frac{1}{2}$	(9+2) 11	(6+3) 9	$(4+4\frac{1}{2})\ 8\frac{1}{2}$	(3+6) 9	(2+9) 11	(1+18) 19
$r = \frac{1}{4}R$	$(36+\frac{1}{4})\ 36\frac{1}{4}$	$(18+\frac{1}{2})\ 18\frac{1}{2}$	$(12+\frac{3}{4})\ 12\frac{3}{4}$	(9+1) 10	$(6+1\frac{1}{4})\ 7\frac{1}{4}$	$(4+2\frac{1}{4})\ 6\frac{1}{4}$	(3+3) 6	$(2+4\frac{1}{2})\ 6\frac{1}{2}$	(1+9) 10
$r = \frac{1}{8}R$	$(36+\frac{1}{8})\ 36\frac{1}{8}$	$(18+\frac{3}{8})\ 18\frac{3}{8}$	$(12+\frac{3}{8})\ 12\frac{3}{8}$	$(9+\frac{1}{4})\ 9\frac{1}{4}$	$(6+\frac{6}{8})\ 6\frac{3}{4}$	$(4+1\frac{1}{8})\ 5\frac{1}{8}$	$(3+1\frac{1}{4})\ 4\frac{1}{4}$	$(2+2\frac{1}{4})\ 4\frac{1}{4}$	$(1+4\frac{1}{2})\ 5\frac{1}{2}$

Digitized by Google

les minima sont donnés par 12R + 12R dans le premier cas, par 6R + 6R dans le second, par 3R + 3R dans le troisième. Avec les groupements ($a = 9$, $b = 4$, pour $r = 2$R), ($a = 18$, $b = 2$, pour $r = 8$R et 16R), etc., les quantités 9 + 8, 18 + 16, 18 + 32, qui fournissent les minima, sont celles des lignes de chiffres auxquelles elles appartiennent qui se rapprochent le plus l'une de l'autre. Si les éléments de la pile pouvaient se fractionner, et que les rapports $\frac{a}{b}$, qui, dans ces derniers cas, sont 2,25, 9, 9, pussent correspondre à 2, 8, 16, qui sont ceux des résistances $\frac{r}{R}$, on aurait alors de vrais minima, et dans le premier cas, a serait égal à 8,5, et b égal à 4,25; dans le second cas, a serait égal à 17, et b à 2,12; enfin, dans le troisième cas, a serait égal à 24, et b à 1,5. Il est vrai qu'alors la pile ne se composerait plus de 36 éléments égaux, mais on aurait pour résistances : 1° (8,5R + 4,25 × 2R) ou 17R; 2° (17R + 2,12 × 8R) ou 34R; 3° (24R + 1,5 × 16R) ou 48R. Voici, du reste, le tableau des rapports de a et de b (correspondant aux maxima) comparés à ceux de r et de R.

Quand $\frac{r}{R}$ ou $q=1$, le maximum possible est atteint avec $\frac{a}{b}$ ou $p=1$;
quand $q=2$, — — — — $p=2,25$;
quand $q=4$, — — — — $p=4$;
quand $q=8$, — — — — $p=9$;
quand $q=16$, — — — — $p=9$;
quand $q=100$, le maximum comporte toute la pile en tension;
quand $q=0,50$, le maximum possible est atteint avec $p=0,44$;
quand $q=0,25$, — — — — $p=0,25$;
quand $q=0,125$, — — — — $p=0,111$.

Nous ferons ici une remarque qui a son importance : tant que r n'a pas dépassé 16R, les maxima correspondent aux accouplements en séries; et il doit en effet en être ainsi, puisque, d'après ce que nous avons dit page 64, la limite de l'accouplement par éléments doubles n'est atteinte que quand $r = \frac{nR}{2}$; or ici, $n=36$: donc la limite correspond à $\frac{36R}{2}$ ou 18R, et c'est à partir de cette limite que le maximum correspond au groupement en tension.

Digitized by Google

NOTE F.

SUR LE GROUPEMENT DES PILES EN SÉRIES DISSYMÉTRIQUES.

(Voir page 63.)

Le groupement des piles peut se faire non-seulement par séries symétriques, comme celles dont nous avons donné les lois page 63, mais encore par séries dissymétriques, c'est-à-dire par groupes disposés les uns en quantités, les autres en tension. Nous allons étudier ici les lois qui régissent cette nouvelle disposition; mais pour ne pas embrouiller la question, nous ne considérerons que deux groupes seulement.

Si ces groupes étaient symétriques, on aurait, d'après les formules que nous connaissons, $I = \frac{2nE}{2R + nr}$ pour l'intensité de deux groupes de n éléments disposés en quantité et réunis en tension, et $I = \frac{2nE}{nR + 2r}$ pour l'intensité des deux mêmes groupes réunis en quantité et ayant leurs éléments disposés en tension. Mais si l'un de ces groupes était composé d'éléments réunis en quantité, et l'autre d'éléments réunis en tension, la résistance totale de la pile serait nR (résistance des éléments du premier groupe) plus $\frac{R}{n}$ (résistance des éléments du second groupe). Par conséquent, la résistance totale du circuit serait : $nR + \frac{R}{n} + r$, et la force électro-motrice étant $nE + E$, on arriverait à la formule :

$$I = \frac{nE(n+1)}{(n^2+1)R + nr}.$$

Or, il est facile de voir que cette disposition est généralement désavantageuse. En effet, si, dans les facteurs $(n + 1)$, $(n^2 + 1)$, on néglige la quantité $+1$, la formule devient :

$$I = \frac{n^2E}{n^2R + nr} = \frac{nE}{nR + r}.$$

Digitized by Google

quantité qui représente précisément l'intensité d'un seul des deux groupes.

Si, au lieu de réunir les deux groupes dissymétriques en tension, on les disposait en quantité, l'intensité du courant, toujours moins forte qu'avec les groupes symétriques, dépendrait essentiellement de la valeur de r.

Dans ce cas, la résistance totale des deux groupes serait fournie par la formule des circuits dérivés, $\frac{ab}{a+b}$, qui donnerait :

$$\frac{\frac{R}{n} \times nR}{\frac{R}{n} + nR} \quad \text{ou} \quad \frac{nR^2}{R(n^2+1)} \quad \text{ou} \quad \frac{nR}{n^2+1},$$

de sorte que la résistance totale serait :

$$\frac{nR + (n^2+1)r}{n^2+1}.$$

Quant à la force électro-motrice formant le numérateur de la formule générale, elle serait facile à déterminer, si l'on considère qu'avec les deux groupes, ayant *tous les deux* leurs éléments disposés en tension et étant réunis en quantité, on aurait eu une force électro-motrice représentée par nE; mais comme l'un des groupes dans le cas qui nous occupe aurait pour force électro-motrice E, au lieu de nE, la force électro-motrice tot. le serait $\frac{nE}{n}$ ou E. Par conséquent, la formule générale exprimant la valeur de I serait

$$I = \frac{E(n^2+1)}{nR + (n^2+1)r}.$$

Si nous réduisons cette formule, comme nous l'avons déjà fait pour la première, en négligeant la quantité $+1$ dans le facteur n^2+1, on trouve qu'elle devient $\frac{nE}{R+nr}$, c'est-à-dire une quantité représentant l'intensité de celui des deux groupes qui est disposé en quantité.

Ainsi, suivant que l'on réunit les deux groupes dissymétriques en quantité ou en tension, ce qui doit dépendre de la valeur de r,

Digitized by Google

on ne peut obtenir, dans les conditions les plus favorables, qu'une intensité de très-peu supérieure à celle d'un seul des deux groupes, et même, dans le cas où l'accouplement de ces groupes n'est pas convenablement fait par rapport à r, cette intensité du double système devient moindre que celle de l'un des groupes. Un exemple fera parfaitement comprendre cette déduction.

Soit une pile de Daniell de 72 éléments répartis également entre deux groupes et réagissant sur un circuit d'une résistance $r = 1000$ mètres, on aura :

1° avec l'accouplement en tension des deux groupes dissymétriques :

$$I = \frac{36 \times 4552(36 + 1)}{(36^2 + 1)800 + 36 \times 1000} = 5,6;$$

2° avec l'accouplement en quantité des deux groupes dissymétriques :

$$I = \frac{4552(36^2 + 1)}{36 \times 800 + 1000(36^2 + 1)} = 4,5.$$

Or, celui des deux groupes qui est disposé en tension donne à lui seul $I = 5,5$, et l'autre groupe donne $I = 4,4$.

Supposons maintenant que $r = 50$ mètres, l'accouplement en tension des groupes dissymétriques donnera $I = 5,8$, et l'accouplement en quantité des mêmes groupes, $I = 63$; mais l'un des groupes aurait donné à lui seul $I = 63$, et l'autre groupe, $I = 5,6$.

Si les groupes avaient été disposés d'une manière symétrique, on aurait eu, dans un cas, avec la résistance $r = 1000$:

$$I = \frac{2 \times 36 \times 4552}{2 \times 800 + 36 \times 1000} = 8,7;$$

dans l'autre cas :

$$I = \frac{2 \times 36 \times 4552}{36 \times 800 + 2 \times 1000} = 10,6.$$

Dans le second exemple, quand $r = 50$, on aurait eu, dans un cas, $I = 63$, dans l'autre, $I = 11,4$.

Ce calcul nous explique pourquoi la machine magnéto-électrique des Invalides, ayant 48 bobines d'induction accouplées en tension et 48 bobines accouplées en quantité, ne donnait guère

Digitized by Google

plus de lumière électrique par la réunion de ces 96 bobines qu'avec le seul système des bobines réunies en tension, et pourquoi, dans le cas où l'accouplement des deux groupes était fait en quantité, elle *donnait moins de lumière.*

Si, au lieu de considérer deux groupes composés d'un même nombre n d'éléments, on considérait deux groupes composés d'un nombre différent a et b, les formules deviendraient :

1° pour la réunion en tension :

$$I = \frac{bE(a+1)}{R(ab+1)+br};$$

2° pour la réunion en quantité :

$$I = \frac{\frac{aE}{b}\left(ab+1\right)}{aR+r(ab+1)},$$

formules qui conduisent d'ailleurs aux mêmes conclusions que celles que nous avons déjà énoncées.

Avec trois groupes d'un nombre différent d'éléments disposés les uns en tension, les autres en quantité, les formules sont plus compliquées :

1° Quand deux des groupes dont le nombre des éléments est a et b sont disposés en tension, que le groupe dont le nombre des éléments est c est disposé seul en quantité, la réunion de tous ces groupes en tension donne :

$$I = \frac{cE(a+b+1)}{R(ac+bc+1)+cr}.$$

2° Quand, avec la même disposition des groupes, leur réunion est faite en quantité, on a :

$$I = \frac{\frac{aE}{c}\left(abc+b+a\right)}{abR+r(abc+b+a)}.$$

3° Quand les deux groupes dont le nombre des éléments est a et b sont disposés en quantité, que le groupe dont le nombre des éléments est c est disposé seul en tension, la réunion en tension de tous ces groupes donne :

$$I = \frac{abE(c+2)}{R(abc+a+b)+abr}.$$

Digitized by Google

4° Quand, avec la même disposition des groupes, leur réunion est faite en quantité, on a :

$$I = \frac{\frac{cE}{ab}\left(ac + bc + 1\right)}{cR + r(ac + bc + 1)}.$$

Nous n'insisterons pas davantage sur cette question, car, d'après ce que nous avons dit précédemment, il sera toujours facile de trouver la formule pour tous les groupements qui seraient donnés.

Ces formules, comme on le comprend aisément, pourraient s'appliquer aux groupements de pile par éléments de différentes grandeurs ou de différentes résistances, car alors les éléments les plus grands pourraient être considérés chacun en particulier comme représentant une série d'éléments dont le nombre correspondrait au rapport de grandeur qui existerait entre ces éléments et les plus petits. Supposons, en effet, que nous ayons à grouper en quantité une pile composée de quatre éléments dont un est 4 fois plus grand que les plus petits des trois autres, et un autre 2 fois seulement plus grand. Les deux derniers doivent d'ailleurs être groupés en tension. La dernière formule, que nous avons posée précédemment, donnera alors :

$$I = \frac{\frac{2E}{2 \times 4}\left(2 \times 4 + 2 \times 2 + 1\right)}{2R + r(2 \times 4 + 2 \times 2 + 1)} = \frac{3\frac{1}{4}E}{2R + 13r}.$$

On voit alors le désavantage de cette combinaison, car quatre petits éléments auraient donné à eux seuls $\frac{4E}{4R + r}$ ou $\frac{4E}{R + 4r}$, suivant qu'ils auraient été groupés en quantité ou en tension. Nous avons déjà vu, page 47, un cas de ce genre.

NOTE G.

SUR LES MOYENS DE CALCULER LA LONGUEUR DU FIL D'UN ÉLECTRO-AIMANT ET LE NOMBRE DE TOURS DE SPIRES.

(Voir page 104.)

Nous avons vu, pages 104 et suivantes, combien il est important, pour les calculs relatifs aux forces électro-magnétiques, de

Digitized by Google

pouvoir apprécier la longueur de l'hélice d'un électro-aimant et le nombre de tours de spires qui la composent.

Or, pour résoudre ce double problème, il suffit de considérer qu'en appelant l la longueur de la bobine sur laquelle est enroulée l'hélice magnétisante, d le diamètre du fil enroulé muni de sa couverture de soie, $\frac{l}{d}$ représentera le nombre de spires de chaque couche; de sorte que, pour estimer le nombre total des couches, on n'aura qu'à retrancher du rayon du cercle déterminé par la dernière couche le rayon du cercle déterminé par la première, et qu'à diviser par d la différence. Soit donc R le rayon du plus grand cercle, r le rayon du plus petit, le nombre de couches sera $\frac{R-r}{d}$, et par conséquent, le nombre total des spires sera $\frac{R-r}{d} \times \frac{l}{d}$ ou $\frac{(R-r)l}{d^2}$.

Si on considère maintenant que la longueur moyenne de chaque spire peut être représentée par la longueur de celles de ces spires qui occupent le milieu de l'épaisseur $(R-r)$, lesquelles ont chacune pour mesure $r + \frac{R-r}{2} \times 2\pi$ ou $\pi(r+R)$, on arrive à conclure que la longueur totale L de l'hélice aura pour expression :

$$L = \frac{(R-r)l}{d^2} \times \pi(r+R) = \frac{\pi l(R^2-r^2)}{d^2},$$

d'où l'on tire :

$$R = \sqrt{\frac{Ld^2}{\pi l} + r^2}.$$

Comme L est d'ailleurs égal à $n(R+r)\pi$, on peut tirer la valeur de n de cette équation, qui devient :

$$n = \frac{L}{\pi(r+R)},$$

et en remplacant R par sa valeur, on a en définitive :

$$n = \frac{L}{\pi\left(r + \sqrt{\frac{Ld^2}{\pi l} + r^2}\right)}$$

Digitized by Google

On aurait pu obtenir cette valeur n au moyen de la formule $n = \frac{(R - r)l}{d^2}$, qui aurait donné :

$$n = \frac{\left(\sqrt{\frac{Ld^2}{\pi l} + r^2} - r\right)l}{d^2},$$

mais cette formule est d'un usage moins facile que la précédente.

Ces formules peuvent facilement indiquer les longueurs de fil et le nombre de tours de spires en rapport avec ces longueurs pour correspondre à une bobine de dimensions données.

Supposons, en effet, que ces dimensions soient : $l = 0{,}120$; $r = 0{,}006$, et $(R - r)$ que nous appelerons $a = 0{,}012$, la formule $n = \frac{L}{(r + R)\pi}$, qui deviendra dans ce cas $n = \frac{L}{(2r + a)\pi}$, donnera le nombre de tours de spires, L étant connu, et cette valeur elle-même pourra être déterminée par la formule $L = \frac{\pi l(R^2 - r^2)}{d^2}$, dans laquelle toutes les quantités sont connues, et qui peut devenir $L = \frac{\pi l(2ra + a^2)}{d^2}$.

En appliquant à ces formules les données numériques que nous avons posées, on voit que, pour le fil n° 16,

$$L = \frac{3{,}14 \times 0{,}12(0{,}018^2 - 0{,}006^2)}{0{,}00055^2} = 358^m{,}738;$$

et si l'on convertit en longueur de fil télégraphique cette quantité qui est exprimée en unités de fil n° 16, on obtient 5978 mètres comme véritable valeur de L. C'est à peu près ce qu'avait trouvé, par une autre méthode, M. Lemoyne. Maintenant le nombre de tours de spires sera :

$$n = \frac{358{,}7}{(2 \times 0{,}006 + 0{,}012) \times 3{,}14} = 4760.$$

Si nous cherchons la manière dont les longueurs des hélices des électro-aimants croissent par rapport à leur diamètre, la grosseur de la bobine ne devant pas changer, on trouve qu'elles sont en raison inverse des carrés des diamètres des fils constituant ces

Digitized by Google

hélices. En effet, en divisant les deux équations exprimant la valeur de L et L′ l'une par l'autre, on a :

$$L : L' :: d'^2 : d^2.$$

De même qu'on peut déterminer la valeur de la longueur correspondante aux différents numéros de fil pour obtenir des bobines d'une même dimension, de même on peut calculer la résistance que doit fournir tel ou tel numéro de fil, pour correspondre à des bobines devant avoir un même nombre de tours de spires. Il suffira pour cela de considérer que des équations

$$n = \frac{(R - r)l}{d^2}, \qquad n' = \frac{(R' - r)l}{d'^2},$$

on tire :

$$\frac{n}{n'} = \frac{(R - r)d'^2}{(R' - r)d^2},$$

et pour que $n = n'$, il faut que $(R' - r) = \frac{(R - r)d'^2}{d^2}$. Or, si à la place de $(R' - r)$, dans cette équation, nous mettons sa valeur tirée de l'une des formules que nous avons données précédemment, on arrive à l'équation :

$$-r + \sqrt{\frac{L'd'^2}{\pi l} + r^2} = \frac{(R - r)d^2}{d'^2},$$

de laquelle on tire :

$$L' = \frac{\left[\left(\frac{(R - r)d'^2}{d^2} + r\right)^2 - r^2\right]\pi l}{d'^2}$$

En appliquant à des déterminations numériques cette dernière formule, dans laquelle la quantité n doit rester constante, et y appliquant également la formule donnant cette même valeur L, la quantité R devant rester constante, on parvient à disposer le tableau suivant, qui peut être d'un grand secours dans les applications électriques :

Digitized by Google

Numéros des différents fils.	Longueurs de fil donnant aux bobines un diamètre de 0,036		Longueurs de fil fournissant le même nombre de spires d'un numéro à l'autre.		Nombres de tours de spires	Carrés des diamètres des fils recouverts	Rapports des carrés des diamètres des fils recouverts	Épaisseurs des couches de fil	Rapports des sections des fils (le fil télégraphique pris pour unité)
	en fil télégraphique L	en fil de cuivre L	en fil télégraphique L′	en fil de cuivre L′	n	d^2	$\frac{d'^2}{d^2}$	a et a' ou $(R - r)$	$\varkappa$
Fil n° 32	278980	2051,39	.....	.....	27221	0,0000000529	.....	0,0120000	816
Fil n° 32	.....	.....	100686	740,34	13223,00	.....	0,4858	0,0058296	
Fil n° 28	54780	996,50	.....	.....	13223	0,0000001089	.....	0,0120000	330
Fil n° 28	.....	.....	31343	569,90	8999,605	.....	0,6806	0,0081672	
Fil n° 24	24756	678,24	.....	.....	9000	0,0000001600	.....	0,0120000	219
Fil n° 24	.....	....	14563	399,00	6249,51	.....	0,6944	0,0083328	
Fil n° 20	10205	471,00	.....	.....	6250	0,0000002304	.....	0,0120000	130
Fil n° 20	.....	.....	6845	315,95	4759,92	.....	0,7646	0,0091392	
Fil n° 16	5979	358,74	....	.....	4760	0,0000003025	.....	0,0120000	100
Fil n° 13	....	.....	3672	220,33	3407,78	.....	0,7159	0,0085908	
Fil n° 12	2825	256,85	....	.....	3498	0,0000004225	.....	0,0120000	66
Fil n° 12	.. .	.....	1723	156,73	2428,76	.....	0,7126	0,0085512	
Fil n° P	1433	183,03	....	.....	2429	0,0000005929	.....	0,0120000	47

On prend pour constantes : $\varkappa l = 0,3768$; $r = 0,006$; $a = 0,012$; 6, pour le rapport de conductibilité du fer au cuivre.

Digitized by Google

Les chiffres de la première colonne de ce tableau, quoique étant un peu différents de ceux que M. Lemoyne a déduits, et que nous avons rapportés page 62, ne s'en écartent pourtant pas assez pour qu'on ne doive pas attribuer les différences que l'on remarque à la valeur numérique des coefficients qui ont été adoptés de part et d'autres, et au nombre des décimales qui ont été négligées par ce savant et par moi. Quant à la valeur des coefficients que j'ai employés, je l'ai indiquée au bas du tableau précédent, et je n'ai jamais employé, dans mes calculs, moins de six décimales.

Les formules qui précèdent vont nous permettre de déterminer, d'une manière beaucoup plus rigoureuse que nous ne l'avons fait page 109, les limites des résistances entre lesquelles on a avantage à prendre tel ou tel numéro de fil, résistances que nous désignerons désormais sous le nom de *résistances limites*.

Supposons, pour fixer les idées, que nous ayons à enrouler sur un électro-aimant (comme dans l'exemple de la page 108) une longueur de fil représentant 184000 mètres de fil télégraphique. Ce nombre étant compris entre 278980 et 54780, nous disons à priori que c'est au fil n° 32 qu'il faut avoir recours, parce que 184000 est plus près de 278980 que de 54780; mais si, au lieu de 184000, on eût eu 100000, la question ne serait pas aussi simple, et pour la résoudre, il faudrait connaître les deux limites de résistances auxquelles les bobines enroulées avec les fils de ces deux numéros voisins conserveraient les dimensions les plus rapprochées.

Le problème se réduit, en définitive, à chercher une résistance pour laquelle deux bobines, construites avec des fils d'un numéro différent, peuvent avoir des diamètres les moins différents possibles et présenter des nombres de spires les plus égaux possible.

Pour y arriver, nous considérerons que les formules représentant la valeur de R et celle de n, entraînent les proportions,

$$\frac{R^2}{R'^2} = \frac{Ld^2 + \pi l r^2}{L'd'^2 + \pi l r^2} \quad \text{et} \quad \frac{n}{n'} = \frac{d^2}{d'^2}.$$

Il en résulte qu'on pourra égaliser les valeurs n, n', R, R' en combinant d^2 et d'^2 de manière à fournir une moyenne $\left(\frac{d'^2 + d^2}{2}\right)$, car on aura alors, pour une même valeur de L :

$$\frac{R^2}{R'^2} = \frac{L(d^2 + d'^2) + 2\pi l r^2}{L(d^2 + d'^2) + 2\pi l r^2} = 1, \quad \text{et} \quad \frac{n}{n'} = \frac{d^2 + d'^2}{d^2 + d'^2} = 1,$$

Digitized by Google

d'où

$$R = R', \qquad \text{et} \qquad n = n'.$$

Cette moyenne étant calculée, il suffira de l'introduire dans la formule $L = \frac{(R^2 - r^2)\pi l}{d^2}$, en conservant à R sa valeur ordinaire, pour obtenir la longueur du fil intermédiaire entre d et d', capable de fournir une bobine de la grosseur voulue.

Pour convertir cette longueur en fil télégraphique, il suffira de prendre la moyenne des sections des deux fils d et d' non recouverts, dont nous avons donné les diamètres page 62, de prendre le rapport entre cette section moyenne et celle du fil télégraphique, et de multiplier par ce rapport la longueur déterminée.

Étant en possession de cette longueur qui représentera la résistance limite, on peut connaître immédiatement celle qui lui correspondra en fil d'un numéro différent, en employant les procédés ordinaires de conversion, et on peut dès lors déterminer les valeurs correspondantes de n et de R, comme nous l'avons vu précédemment.

On trouve ainsi :

1° *Que la résistance limite entre le fil* n° 32 *et le fil* n° 28 *est :*

en fil télégraphique	105861 mètres,
en fil n° 32	778,38
en fil n° 28	1924,74
avec une valeur de R égale, pour le fil n° 32, à	0,01204
— — — pour le fil n° 28, à	0,0243
et avec un nombre de spires égal, pour le fil n° 32, à	18733 spires,
— — — pour le fil n° 28, à	20230

2° *Que la résistance limite entre le fil* n° 28 *et le fil* n° 24 *est :*

en fil télégraphique	35526 mètres,
en fil n° 28	645,90
en fil n° 24	973,32
avec une valeur de R égale, pour le fil n° 28, à	0,01492
— — — pour le fil n° 24, à	0,02119
et avec un nombre de spires égal, pour le fil n° 28, à	9832 spires,
— — — pour le fil n° 24, à	11400

3° *Que la résistance limite entre le fil* n° 24 *et le fil* n° 20 *est :*

en fil télégraphique	15167 mètres,
en fil n° 24	415,50

Digitized by Google

en fil n° 20.....	700,02
avec une valeur de R égale, pour le fil n° 24, à....	0,01457
— — — pour le fil n° 20, à....	0,02154
et avec un nombre de spires égal, pour le fil n° 24, à..	6433 spires,
— — — pour le fil n° 20, à..	8095

4° *Que la résistance limite entre le fil* n° 20 *et le fil* n° 16 *est :*

en fil télégraphique.....	7692 mètres
en fil n° 20.....	355,02
en fil n° 16.....	416,52
avec une valeur de R égale, pour le fil n° 20, à....	0,01590
— — — pour le fil n° 16, à....	0,01924
et avec un nombre de spires égal, pour le fil n° 20, à..	5162 spires,
— — — pour le fil n° 16, à..	5255

5° *Que la résistance limite entre le fil* n° 16 *et le fil* n° 12 *est :*

en fil télégraphique.....	3991 mètres,
en fil n° 16.....	239,46
en fil n° 12.....	362,82
avec une valeur de R égale, pour le fil n° 16, à....	0,01510
— — — pour le fil n° 12, à....	0,02104
et avec un nombre de spires égal, pour le fil n° 16, à..	3614 spires,
— — — pour le fil n° 12, à..	4273

6° *Que la résistance limite entre le fil* n° 12 *et le fil* n° P *est* ·

en fil télégraphique.....	1795 mètres,
en fil n° 12.....	163,20
en fil n° P.....	229,23
avec une valeur de R égale, pour le fil n° 12, à....	0,01479
— — — pour le fil n° P, à.....	0,01992
et avec un nombre de spires égal, pour le fil n° 12, à..	2499 spires,
— — — pour le fil n° P, à...	2816

Il va sans dire que tous les calculs précédents ne s'appliquent qu'à une seule hélice. Or, comme les électro-aimants ont généralement deux bobines, il faut, avant d'arrêter le numéro de fil qu'on doit prendre, diviser par 2 la résistance que doit présenter l'électro-aimant, et c'est à cette moitié qu'il faut appliquer les formules que nous avons données précédemment. Conséquemment, le fil n° 32 peut fournir une résistance de 557960 mètres, c'est-à-dire près de six cents kilomètres, sans que l'électro-aimant sorte des dimensions ordinaires.

Digitized by Google

D'après ce que nous venons de dire, le problème de la page 109 devient facile à résoudre, car on peut conclure d'une manière générale que, pour connaître le nombre de spires que doit avoir un électro-aimant avec une résistance donnée, il suffira : 1° de déterminer le numéro du fil que l'on doit employer, en voyant entre quels chiffres du tableau précédent cette résistance est comprise ; 2° de réduire cette résistance en fil du numéro qui aura été déduit et d'appliquer à cette résistance nouvelle la formule :

$$n = \frac{L}{\pi\left(r + \sqrt{\frac{L d^2}{\pi l} + r^2}\right)},$$

en ayant soin de prendre pour valeur de d non pas le chiffre indiquant le diamètre du fil, mais bien celui indiquant l'espace occupé par ce fil, qui est : $0^{mm},77$ pour le fil P ; $0^{mm},65$ pour le fil n° 12 ; $0^{mm},55$ pour le fil n° 16 ; $0^{mm},48$ pour le fil n° 20 ; $0^{mm},40$ pour le fil n° 24 ; $0^{mm},33$ pour le fil n° 28 ; $0^{mm},23$ pour le fil n° 32.

Par ces calculs, le nombre des spires correspondant à la résistance 116320, dont nous avons parlé, page 110, serait 21445 spires de fil n° 28 pour une seule bobine, et 2 × 13798 ou 27596 pour deux bobines. C'est à peu près le chiffre que nous avions obtenu par nos calculs approximatifs, page 110, et qui était 27369.

Le calcul de la valeur de n, d'après la formule précédente donne : 1° pour l'épaisseur du fil enroulé sur chaque bobine, $0^m,0124$; 2° pour diamètre total de chaque bobine, $0^m,0368$; 3° pour l'épaisseur du fil enroulé dans le cas d'une seule bobine, $0^m,0494$; 4° pour diamètre de cette bobine, $0^m,0508$.

Les formules précédentes donnent encore le moyen de résoudre un problème qui a son application dans la pratique. C'est de répartir une résistance donnée entre deux électro-aimants qui doivent être construits en fils de diamètre différent, de manière que les dimensions de l'un soient les mêmes que celles de l'autre. Pour cela, nous considérons que la formule $L = \frac{\pi l (2ra + a^2)}{d^2}$ entraîne, quand la valeur de a reste constante, la proportion :

$$L : L' :: d'^2 : d^2,$$

et si à ces quantités L, L' on substitue les quantités inconnues x et x', il vient :

Digitized by Google

$$x : x' :: d'^2 : d^2.$$

Mais comme ces quantités, pour produire le résultat demandé, doivent représenter des fils de grosseur différente en rapport avec les quantités d'^2 et d^2, lesquelles dépendent elles-mêmes du numéro du fil qui est employé pour les électro-aimants, il faudra considérer ces quantités x et x' comme étant converties en fils de grosseur correspondante à d'^2 et à d^2. Si nous exprimons par u, u' les quotients de la division de la section du fil télégraphique par la section des fils en question; par c, le coefficient de conductibilité du fer par rapport au cuivre, la proportion précédente deviendra :

$$\frac{cx}{u} : \frac{cx'}{u'} :: d'^2 : d^2 \qquad \text{ou} \qquad x : x' :: ud'^2 : u'd^2,$$

dans laquelle

$$x + x' : x :: ud'^2 + u'd^2 : ud'^2.$$

Mais $x + x'$ représente précisément la résistance donnée L, de sorte que les valeurs de x et x' peuvent être déterminées par les expressions :

$$x = \frac{L \times ud'^2}{ud'^2 + u'd^2}; \qquad x' = \frac{L \times u'd^2}{ud'^2 + u'd^2} \text{ ou } D - x.$$

En appliquant cette formule aux données suivantes : $L = 231390$, $d' = 0{,}00023$, $d = 0{,}00033$, on trouve que l'une des bobines doit fournir 37992 mètres (de fil télégraphique) de résistance, et l'autre bobine, 193398 mèt. du même fil, ce qui donne en fils n°s 28 et 32, 690 mètres pour l'une et 1422 mètres pour l'autre.

NOTE H.

SUR LES FORCES ÉLECTRO-MAGNÉTIQUES.

Dans un travail que j'ai présenté à l'Institut le 16 juin 1858, j'avais démontré, au moyen d'expériences faites avec ma balance magnétique, que la force d'électro-aimants droits de différentes longueurs dont l'hélice était constituée par une même longueur de

Digitized by Google

fil croissait en rapport arithmétique alors que leur longueur croissait en rapport géométrique. Ainsi, quatre électro-aimants de deux, de quatre, de huit et de seize centimètres de longueur, ayant leur hélice magnétisante constituée par 50 mètres de fil n° 16, ont donné 3 grammes, 6 grammes, 9 grammes et 12 grammes de force électro-magnétique avec un écartement de l'armature de 1 millimètre; quand cet écartement était de 2 millim., les forces étaient 2 gr., 2gr,5, 3gr,3, 5 gr. Enfin, avec une intensité électrique double, ces forces étaient 11 gr., 16 gr., 22 gr., 27 gr., l'armature étant éloignée de 1 millim., et 3 gr., 6 gr., 9 gr., 12 gr., l'armature étant éloignée de 2 millim. Ces expériences ayant été répétées un très-grand nombre de fois et ayant présenté toujours des forces dans des rapports analogues, j'avais formulé la loi de l'accroissement de force des électro-aimants droits de la manière suivante :

La force attractive d'électro-aimants de différentes longueurs, dont les hélices magnétisantes sont constituées par une même longueur de fil, croît avec leur longueur dans un rapport particulier qui est celui d'une progression arithmétique, alors que les longueurs croissent en progression géométrique, et la raison de cette progression arithmétique est dans un rapport constant avec la force électrique qui agit sur l'électro-aimant, ainsi qu'avec le degré de la force magnétique développée.

Cette loi, qui fournit une donnée importante dans la pratique, surtout pour la construction des appareils électriques, semble au premier abord n'être reliée en rien avec celle de Jacobi, qui dit que la force des électro-aimants est proportionnelle, pour une même intensité de courant, aux carrés des nombres de tours de spires. Mais pour peu qu'on étudie la question, on ne tarde pas à voir que les effets produits se rapprochent considérablement les uns des autres, en partant de ces deux lois.

Pour qu'on puisse le comprendre, nous partirons de l'expression mathématique du nombre de tours de spires que nous avons donnée dans la note précédente, et l'on verra, en appliquant aux diverses quantités qui figurent dans ces formules les valeurs numériques correspondantes aux électro-aimants que j'ai employés, que le rapport des carrés des nombres de tours de spires sont à peu près entre eux comme s'ils formaient une progression arithmétique.

Ces valeurs numériques sont :

Digitized by Google

$$L = 50;$$
$$r = 0{,}006;$$
$$d = 0{,}00055;$$
$$l = 0{,}02;\ 0{,}04;\ 0{,}08;\ 0{,}16.$$

Par conséquent, l'on a :

pour l'hélice de longueur 0,02,

$$n = \frac{50}{3{,}14\left(0{,}006 + \sqrt{\frac{50 \times \overline{0{,}00055}^2}{3{,}14 \times 0{,}02} + \overline{0{,}006}^2}\right)} = 704{,}6;$$

pour l'hélice de longueur 0,04. ..... $n' = 860{,}8$;
pour l'hélice de longueur 0,08..... $n'' = 1007{,}8$;
pour l'hélice de longueur 0,16..... $n''' = 1129{,}3$.

En faisant le carré de ces divers nombres, et prenant successivement leurs rapports arithmétiques, eu égard au premier, on obtient trois nombres qui, comparés entre eux, ne diffèrent en moyenne que de huit centièmes. Or, pour que les carrés des nombres de tours de spires fussent en progression arithmétique, il faudrait que ces nombres fussent égaux.

Ainsi, on peut conclure que les deux lois dont nous avons parlé peuvent être regardées comme exactes, sinon théoriquement, du moins pratiquement, et c'est là l'essentiel. D'ailleurs, la différence très-minime que nous venons de constater tient peut-être à ce que, dans la loi de Jacobi, il n'est pas tenu compte de l'influence exercée par l'augmentation successive de la masse de fer. Cette différence existe pourtant réellement, comme l'a démontré M. Muller.

NOTE I.

SUR L'ORDRE CHRONOLOGIQUE DES TRAVAUX FAITS SUR LES LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES. (Voir page 122.)

M. Despretz établit de la manière suivante l'ordre chronologique dans lequel on doit classer les travaux faits sur les lois des courants électriques :

« Les premières recherches qui aient montré que, dans un fil

Digitized by Google

métallique, l'intensité d'un courant électrique est en raison inverse de la longueur du circuit et en raison directe de sa section datent de 1821 ; elles sont dues à Humphry Davy.

« Plus tard, M. Becquerel, par un procédé plus exact, a mis la loi énoncée hors de toute contestation.

« Dans ces expériences, on ne considérait la pile que comme une machine productrice du courant; on ne savait pas quelle influence elle pouvait exercer sur la longueur du circuit total, quelle longueur de fil d'un diamètre donné et d'une conductibilité déterminée elle représentait. Aussi, dans leurs expériences, MM. Humphry Davy et Becquerel se sont-ils placés dans une condition indépendante de la pile. Une pile grande ou petite, très-conductrice ou peu conductrice, aurait conduit aux mêmes résultats et aux mêmes conséquences.

« Dès 1825, Ohm, alors professeur à Cologne, commença à publier des travaux sur la pile.

« Par les idées qu'il s'était formées de la nature de l'électricité, il fut conduit à penser que la propagation de l'électricité dans les conducteurs se fait comme celle de la chaleur, d'une tranche à la tranche suivante, avec une vitesse proportionnelle à la différence des tensions. Il introduisit cette hypothèse dans le calcul, et en appliquant au mouvement de l'électricité les méthodes qu'avaient appliquées à différents sujets MM. Fourrier, Laplace et Poisson, il parvint à résoudre les diverses questions que présente la pile dont les pôles sont réunis par des fils simples ou composés, homogènes ou hétérogènes, etc., etc. Il publia, en 1827, son ouvrage sur les lois des courants électriques, où se trouvaient rassemblées les différentes parties de son travail et les conséquences qu'il en avait déduites.

« M. Fechener fit ensuite des expériences multipliées sur la même matière. Il considéra les résultats auxquels il parvint comme la confirmation et le complément du travail d'Ohm.

« Enfin, M. Pouillet, sans avoir connaissance des travaux du physicien allemand, comme il l'a déclaré dans plusieurs communications, se livrait à l'étude des lois des courants, même avant qu'on connût les piles à intensité constante. Les résultats de ses importantes et nombreuses recherches sur les courants simples et multiples ont été présentés à l'Académie des sciences dans sa séance du 20 février 1837 (Voir les *Comptes rendus*), et sont, du reste, rapportés dans la plupart des ouvrages de physique. »

Digitized by Google

NOTE J.

SUR LA TRANSMISSION PAR LE SOL. (Voir page 96.)

Généralement on considère la transmission par le sol comme étant égale à zéro, et plusieurs physiciens ont même été jusqu'à dire qu'elle favorisait la transmission à travers la ligne. Je n'entrerai pas dans une discussion à cet égard, pas plus que sur la manière dont agit la terre dans cette transmission ; mais ce qui est pour moi une certitude, c'est que, pour les circuits d'une longueur très-restreinte, de cent ou mille mètres je suppose, le courant passant par le sol éprouve un bien plus grand affaiblissement que quand il passe à travers un circuit métallique. Le sol présente donc une résistance réelle, qui doit, à la vérité, varier suivant les terrains où se trouvent enterrées les plaques de communication des circuits et suivant la grandeur de ces plaques, mais qui doit être une pour un grand circuit comme pour un petit. Il en résulte que cette résistance peut être appréciable dans un cas et s'effacer complétement dans l'autre ; et pour la déterminer il suffirait de mesurer l'intensité du courant avec un circuit d'un kilomètre, pouvant être complété soit par la terre, soit par un fil de retour. Encore n'aurait-on pas un chiffre qui pourrait être regardé comme un coefficient constant.

Quoiqu'il en soit, l'effet des dérivations n'est pas le même dans un circuit double que dans un circuit simple, comme l'a reconnu dernièrement M. l'abbé Caselli avec son télégraphe autographique, et cette expérience, jointe à celle de M. Wheatstone, dont nous avons parlé dans le premier volume de notre *Exposé*, semblerait donner raison à ceux qui prétendent que le rôle du sol dans la transmission des courants est plutôt celui d'un absorbant que celui d'un conducteur.

NOTE K.

SUR LA PROPAGATION DE L'ÉLECTRICITÉ DANS L'ÉTAT VARIABLE DES TENSIONS. (Voir page 133.)

A l'occasion des expériences de M. Guillemin sur la propagation de l'électricité dans les fils télégraphiques, M. Marié-Davy a

Digitized by Google

adressé au *Cosmos* la réclamation suivante : « Dans un travail exécuté par moi en 1854 sur des fils de platine, de cuivre, de plomb et de fer, et sur des dissolutions de sulfate de cuivre, au moyen d'appareils qui me permettaient d'atteindre à une cinquantième de seconde, je suis arrivé à la formule suivante, par laquelle, connaissant l'intensité normale I du courant, le nombre n des couples de la pile, la force électro-motrice de ces couples, la résistance S du circuit, le temps écoulé T depuis le moment précis de la formation du circuit, on détermine l'intensité i, atteinte par le courant dans le circuit, au bout du temps T :

$$i = I\left(1 - \overline{10}^{100\,TI}\right) = \frac{nA}{\rho}\left(1 - \overline{10}^{\frac{100\,nAT}{\rho}}\right).$$

« Cette formule montre que i n'est jamais égal à I, ou que le courant n'atteint jamais mathématiquement sa valeur finale I, mais qu'il en approche indéfiniment. En passant aux nombres, on concluerait que le courant d'une pile de 10 éléments Bunsen mettrait une seconde pour atteindre son intensité normale dans un fil de cuivre de 2,5 millimètres de diamètre, de 480,000 kilomètres de longueur; dans un fil de platine de 0,1 millimètre de diamètre, de 175 kilomètres de longueur; ou enfin dans une colonne d'eau saturée de sulfate de cuivre, de 12 millimètres de diamètre et de 1 kilomètre de longueur. Dans ces expériences, l'intensité du courant était mesurée à un millième près. On trouvait encore que, dans un fil de fer de 2,5 millimètres de section, de 1500 kilomètres de longueur, le courant mettait 0″,02 ou deux centièmes de seconde à atteindre une intensité qui ne diffère que d'un millième de son intensité normale. C'est, suivant M. Guillemin, le temps nécessaire à l'établissement d'un courant fourni par 10 éléments de Bunsen à un fil télégraphique long de 520 kilomètres. Pour comparer ces deux résultats, il faudrait connaître la résistance des fils, l'influence d'un isolement parfait, et l'approximation que M. Guillemin pouvait obtenir. Cette formule n'est applicable qu'aux fils rectilignes; elle se complique d'un premier terme quand une portion du fil est enroulée en hélice, et d'un deuxième terme quand on introduit un cylindre de fer doux dans l'hélice. »

Digitized by Google

NOTE L.

SUR LA PROPAGATION DE L'ÉLECTRICITÉ DANS LES CIRCUITS.

Bien que nous ayons rapporté tout au long, dans le premier volume de notre *Exposé*, les belles expériences de M. Wheatstone sur la propagation de l'électricité dans les circuits, il ne sera pas sans intérêt de rapporter ici les conclusions de ces expériences pour les mettre en regard de celles de MM. Gaugain et Guillemin. Ces conclusions sont :

1° Que les électricités dégagées aux pôles de la pile empruntent successivement aux différentes parties des conducteurs en rapport avec ces pôles les électricités contraires nécessaires à leur neutralisation jusqu'à ce que ces conducteurs se soient trouvés complétement chargés ;

2° Que les deux électricités dégagées aux pôles de la pile sont solidaires l'une de l'autre dans leur mouvement, puisque l'une ne peut charger un conducteur sans que l'autre n'opère pareille charge sur un autre conducteur présentant la même résistance;

3° Que de cette solidarité résulte une simultanéité de décharge aux deux pôles quand bien même la décharge effective ne s'effectuerait qu'à un des pôles seulement; car la charge du conducteur ne se fait alors qu'au moment même de la fermeture du circuit;

4° Que le mouvement des fluides s'effectue du milieu du circuit vers la pile, quand la fermeture du courant est opérée au milieu du circuit; car c'est à partir de ce point que s'effectuent alors les premières recompositions électriques qui produisent le courant;

5° Que le contraire a lieu quand la fermeture du courant est faite à l'un des pôles de la pile, parce que, dans ce cas, le conducteur n'étant chargé qu'au moment même où le circuit est fermé, c'est près de la pile que se font les premières recompositions qui déterminent la naissance du courant;

6° Que la terre ne remplit pas le rôle de simple conducteur, puisque, quand elle est interposée dans le circuit, le mouvement des fluides, au lieu de s'opérer simultanément des deux pôles de

Digitized by Google

la pile vers le milieu du courant (quand la fermeture du courant est faite à l'un de ces pôles), s'opère successivement depuis le pôle touché jusqu'à l'autre pôle. Le sol ne joue donc que le rôle d'un absorbant ou, comme on l'admet pour l'électricité statique, le rôle de réservoir commun;

7° Que la nécessité de mettre la pile en communication avec le sol, pour charger un conducteur isolé, vient de l'impossibilité dans laquelle on est de charger ce conducteur avec l'électricité dégagée au pôle avec lequel il communique, sans que l'électricité solidaire dégagée à l'autre pôle ne soit absorbée dans la même proportion;

8° Que la communication avec le sol du fil composant un circuit n'est établie que pour absorber l'électricité à mesure qu'elle charge le conducteur, et donner lieu par là à un courant;

9° Que l'impossibilité matérielle dans laquelle on se trouve d'obtenir un isolement complet est une cause déterminante d'absorption constante qui crée, dans un circuit ouvert, un courant permanent augmentant avec sa longueur;

10° Que, dans un circuit fermé, le mouvement des deux électricités doit se faire également de part et d'autre, à partir des pôles de la pile jusqu'au milieu du circuit, d'où il résulte que chaque moitié du circuit est chargée d'une électricité différente.

Digitized by Google

TABLE

I

LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES.

Pages.

Théorie allemande de la pile. — Ce qu'il faut entendre par force électro-motrice. — Tension, intensité du courant, etc..... 1-4
Théorie d'Ohm..... 4
Distinction du circuit dans l'état permanent des tensions et dans l'état variable..... 12
Formules des piles hydro-électriques avec un circuit dans l'état permanent des tensions..... 13
Circuits dérivés..... 23
Détermination des constantes des piles voltaïques..... 27
Moyens particuliers employés pour cette détermination sans qu'on ait recours aux formules..... 50
Maxima des intensités des courants voltaïques..... 56
Déductions pratiques des formules d'Ohm..... 71
Comparaison de l'intensité des différentes piles..... 78
Détermination des valeurs relatives des constantes voltaïques, l'une d'elles étant donnée..... 82

II

APPLICATIONS DES LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES.

Calcul du nombre d'éléments à donner à une pile dans des conditions d'intensité et de résistance de circuit données..... 86
Détermination de la disposition d'une pile et du nombre des éléments qui doivent la composer pour qu'elle soit placée dans les conditions les plus économiques par rapport à un circuit et à une intensité donnés..... 93

Digitized by Google

Pages.

Détermination de la longueur d'un circuit au moyen des formules d'Ohm.—Applications à la télégraphie pour reconnaître les points de rupture des fils ou le point où se font les mélanges de ces fils. 95
Détermination du nombre d'éléments d'une pile et de la résistance utile d'un circuit pour fournir le plus grand travail utile sur un circuit donné..... 101
Des circuits isolés et des circuits télégraphiques. — Application des calculs précédents aux lignes télégraphiques..... 111

III

RECHERCHES EXPÉRIMENTALES SUR LES LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES.

Expériences de MM. Pouillet, de La Rive, Becquerel, Despretz, etc. 122
Expériences de M. Gaugain sur la transmission électrique à travers les corps médiocrement conducteurs..... 127

IV

LOIS DES COURANTS ÉLECTRIQUES DANS LA PÉRIODE VARIABLE DES TENSIONS.

Recherches de MM. Ohm, Gaugain et Guillemin, sur les lois des courants, dans leur période variable..... 136
Considérations sur la vitesse de l'électricité..... 145

Perfectionnements apportés aux rhéomètres.

Balance magnétique de M. Jacobi..... 148
Agomètre de M. Jacobi..... 150
Rhéostat de M. Jacobi..... 153
Boussole des sinus de M. Bréguet..... 153
Boussole des tangentes de M. Gaugain..... 154

Réactions particulières des courants.

Effets différents produits sur l'aimantation par une pile composée d'un petit nombre d'éléments et une pile composée d'un plus grand nombre 154
Induction produite par les courants circulant sur les lignes télégraphiques..... 156

Digitized by Google

Pages.
Nouvelle force directrice des électro-aimants..... 158
Différence d'effets du courant induit de fermeture et du courant induit d'ouverture..... 161
Liste des mémoires à consulter pour l'étude approfondie des lois des courants électriques..... 163
Formules à retenir dans la pratique..... 164

NOTES.

Note A. — Sur les formules des courants dérivés..... 169
Note B. — Sur les déterminations des constantes voltaïques..... 170
Note C. — Sur les variations des constantes des piles voltaïques avec la résistance du circuit extérieur..... 172
Note D. — Sur les effets des incrustations des vases poreux..... 173
Note E. — Sur les conditions de maxima de l'intensité des courants avec les piles disposées en séries..... 174
Note F. — Sur le groupement des piles en séries dissymétriques.. 178
Note G. — Sur les moyens de calculer la longueur du fil d'un électro-aimant et le nombre de tours de spires..... 182
Note H. — Sur les forces électro-magnétiques..... 191
Note I. — Sur l'ordre chronologique des travaux faits sur les lois des courants électriques..... 193
Note J. — Sur la transmission par le sol..... 195
Note K. — Sur la propagation de l'électricité dans l'état variable des tensions..... 195
Note L. — Sur la propagation de l'électricité dans les circuits... 197

PARIS. — IMPRIMERIE DE J. CLAYE, RUE SAINT-BENOIT, 7.

Digitized by Google

Digitized by Google

ERRATA.

Page 57. Formule du bas de la page; au lieu de : $\overline{}^{\text{maxi.}} =$, *lisez :* $\mathrm{I}^{\text{maxi.}} =$.

— 58. Formule du bas de la page; au lieu de : 3R au numérateur de la fraction, *lisez :* 3E.

— 79. Avant-dernière formule au bas de la page; au lieu de : $s = 23{,}89^2$, soit $24^2 = 600$, *lisez :* $s = \overline{23{,}89}^2 = 570{,}73$.

— 80. 1re ligne au haut de la page; au lieu de : $s \times \frac{36}{600}$, *lisez :* $s \times \frac{36}{570{,}73}$.

— 81. Formule du bas de la page; au lieu de : $\frac{}{\mathrm{I}'} =$, etc., *lisez :* $\frac{\mathrm{I}}{\mathrm{I}'} =$, etc.

— 83. 28e ligne en descendant; au lieu de : 26°39′, *lisez :* 20°36′

— 114. 2e alinéa; au lieu de : *Si dans la première équation donnant la valeur de* I, *lisez :* Si dans cette dernière équation.

— 185. Avant-dernière formule; le signe ′ de d^2 au dénominateur dans le deuxième membre de l'équation doit être porté à la quantité d^2 figurant au numérateur de ce même membre de l'équation.

— 187. Avant-dernière formule; au lieu de : $\frac{\mathrm{R}^2}{} =$, etc., *lisez :* $\frac{\mathrm{R}^2}{\mathrm{R}'^2} =$, etc.

Même formule; au lieu de : $\frac{n}{n'} = \frac{d^2}{d^2}$, *lisez :* $\frac{n}{n'} = \frac{d'^2}{d^2}$.

— 195. 1re ligne de la note J; au lieu de : *généralement on considère la transmission par le sol*, etc., *lisez :* généralement on considère la résistance de la transmission par le sol, etc.

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Digitized by Google

Eng 4878.60
Etude des lois des courants electr
Cabot Science 002911744
3 2044 091 990 622

Digitized by Google